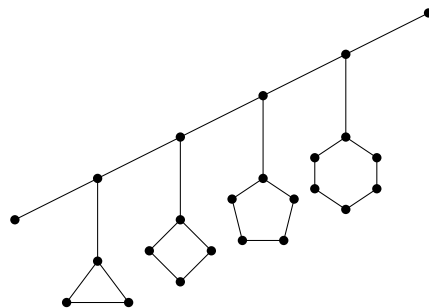


Journées Graphes et Algorithmes  
G-SCOP, Grenoble  
14–16 novembre 2018





## Comité de programme

Dominique Barth (DAVID, Versailles), Cédric Bentz (CEDRIC, CNAM, Paris), Marthe Bonamy (LaBRI, Bordeaux), Jérémie Chalopin (LIF, Marseille), Louis Esperet (G-SCOP, Grenoble), Éric Gourdin (OrangeLabs, Issy), Frédéric Havet (I3S, Sophia Antipolis), Mamadou Kanté (LIMOS, Clermont-Ferrand), Dieter Kratsch (LITA, Metz), Michael Lampis (LAMSADE, Paris Dauphine), Hao Li (LRI, Orsay), Mathieu Liedloff (LIFO, Orléans), Mickaël Montassier (LIRMM, Montpellier), Aline Parreau (LIRIS, Lyon), Irena Rusu (LINA, Nantes), Fabien Tarissan (ISP, ENS Cachan), Olivier Togni (Le2i, Dijon), Nicolas Trotignon (LIP, ENS Lyon).

## Comité d'organisation

Nicolas Bousquet (G-SCOP, Grenoble), Louis Esperet (G-SCOP, Grenoble), *Frédéric Maffray* (G-SCOP, Grenoble), Myriam Preissmann (G-SCOP, Grenoble).

*Ces journées honorent la mémoire de notre ami et collègue Frédéric Maffray, décédé en août 2018.*

## Table des matières

I. Sau : Algorithmes efficaces dans les graphes de treewidth bornée	5
M. Bonamy : Reconfiguration combinatoire	6
N. Mustafa : Local Search : When does it work ?	7
D. Lajou : Complexité du nombre achromatique des graphes 2-arête-colorés et des graphes signés	8
O. Baudon, J. Bensmail, H. Hocquard, M. Senhaji, et É.Sopena : Edge Weights and Vertex Colours : Minimizing Sum Count	9
A. Argento et A. Newman : 3-Colorations explicites pour graphes exponentiels	10
V. Chepoi, A. Labourel, et S. Ratel : Schéma de distance pour les médians sans cube	11
E. Birmelé, F. de Montgolfier, L. Planche : Cycle isométrique de faible excentricité	12
V. Gledel, V. Iršič et S. Klavžar : Nombre géodésique fort et produit cartésien	13
A. Casteigts, J. Peters et J. Schoeters : Trouver des spanners peu denses dans les cliques temporelles	14
W. Cames van Batenburg, T. Huynh, G. Joret et J.-F. Raymond : Packing et couverture de mineurs	15
S. Bessy, M. Bougeret, R. Krithika, A. Sahu, S. Saurabh, J. Thiebaut et M. Zehavi : Packing de cycles arc-disjoints dans les tournois	16
R. de Joannis de Verclos : Testabilité des graphes cordaux	17
F. Pirot et J.S. Sereni : Nombre chromatique fractionnaire des graphes de petit degré et maille fixée	18

M. Delcourt, M. Heinrich, et G. Perarnau : Dynamique de Glauber pour la coloration d'arêtes dans les arbres	19
I. Choi, D. W. Cranston et T. Pierron : Coloration du carré des graphes planaires sans $C_4$	20
F. Dross, B. Lužar, M. Maceková et R. Soták : Coloration du graphe médial d'un graphe plan biparti	21
P. Cazals, B. Darties, A. Chateau, R. Giroudeau, M. Weller : Complexité et approximation autour de Power Edge Set	22
F. Barbero, L. Isenmann, et J. Thiebaut : Sur le meta-problème Distance Identifying Set et applications à la complexité de problèmes d'identification sur les graphes	23
B. Bergougnoux et M. M. Kanté : Rank-based Approach on Graphs with Structured Neighborhood	24
F. Mc Inerney, N. Nisse et S. Pérennes : Eternal Domination in Grids	25
G. Bagan, A. Joffard et H. Kheddouci : Domination éternelle sur les digraphes et orientations de graphes	26
A. Dailly, F. Foucaud, et A. Hansberg : Un renforcement de la conjecture de Murty-Simon sur les graphes critiques de diamètre 2	27
F. Havet, D. Mazauric, V.-H. Nguyen, et R. Watrigant : Overlaying a hypergraph with a graph with bounded maximum degree	28
E. Bamas et L. Esperet : Approximation locale de la coupe maximum dans les graphes réguliers	29
J. Cardinal, J.-P. Doignon et K. Merckx : Trouver un convexe de poids maximum dans un graphe cordal	30
A. Chateau, T. Davot, R. Giroudeau, et M. Weller : Linéarisation des graphes d'échafaudage	31

A. Blanché, H. Mizuta, P. Ouvrard et A. Suzuki : Optimisation décrémentale de la reconfiguration de dominants	32
O. Defrain, L. Nourine et T. Uno : Dualisation du treillis dis- tributif et énumération préférée	33
M. Bonamy, N. Bousquet, T. Klimošová, et P. Ouvrard : Prix de la connexité pour le problème de domination	34

## Algorithmes efficaces dans les graphes de treewidth bornée

Ignasi Sau, LIRMM, Montpellier, [ignasi.sau@lirmm.fr](mailto:ignasi.sau@lirmm.fr)

La théorie de la NP-complétude classique considère qu'un problème est "facile" s'il admet un algorithme polynomial pour le résoudre. Malheureusement, la plupart de problèmes intéressants sont NP-difficiles, c'est-à-dire, ils n'admettent pas de tels algorithmes à moins que  $P=NP$ .

La théorie de la complexité paramétrée propose une analyse de la complexité bidimensionnelle, en explorant comment certains paramètres influencent cette complexité. La notion fondamentale est la définition suivante de problème "facile" : un problème avec paramètre  $k$  est "fixed-parameter tractable" (FPT) s'il peut être résolu en temps  $f(k)\text{poly}(|x|)$ , où  $f$  est une fonction quelconque qui ne dépend que de  $k$ , et  $|x|$  est la taille de l'entrée.

Un des paramètres les plus étudiés est la largeur arborescente (ou "treewidth") du graphe en entrée, qui peut se voir comme une mesure de sa ressemblance avec un arbre. En général, la treewidth se comporte très bien : le théorème de Courcelle dit que tout problème qu'on peut exprimer en MSOL (une logique très puissante dans les graphes) est FPT paramétré par la treewidth. L'inconvénient de ce résultat est que la fonction  $f(\text{treewidth})$  qui découle de sa preuve est énorme, et trouver de fonctions "raisonnables" pour des problèmes particuliers est devenu un domaine de recherche très actif.

Dans cet exposé on va survoler des résultats (et techniques) récents concernant l'existence de bornes supérieures et inférieures sur le temps d'exécution d'algorithmes FPT paramétrés par la treewidth, notamment pour des problèmes consistant à interdire certains graphes fixés en tant que mineurs.

## Reconfiguration combinatoire

Marthe Bonamy, LaBRI, Bordeaux, [marthe.bonamy@labri.fr](mailto:marthe.bonamy@labri.fr)

Reconfigurer une solution d'un problème donné, c'est lui appliquer des opérations élémentaires successives sans quitter l'espace des solutions. Un tel besoin apparaît naturellement dans des situations dynamiques où une solution donnée est déjà en place et doit être modifiée, sans qu'une rupture de service puisse être envisagée. Plusieurs grandes questions sont étudiées : quelles opérations élémentaires garantissent que toute autre solution peut être ainsi atteinte ? À opérations fixées, quelle est la complexité de décider si une autre solution donnée peut être atteinte ? Que dire du nombre d'opérations nécessaires pour cela ? Dans cet exposé, nous discuterons de divers résultats positifs et négatifs autour de problèmes de graphes.



## Local Search : When does it work ?

Nabil Mustafa, LIGM, Marne-La-Vallée, [mustafan@esiee.fr](mailto:mustafan@esiee.fr)

Local-search is an intuitive approach towards solving optimization problems : start with any feasible solution, and try to improve it by local operations. Like other greedy approaches, it can fail to find the global optimum by getting stuck on a locally optimal solution ; in fact, for purely abstract problems it is often easy to construct instances where local search algorithms fail to find even approximately good solutions.

However, it turns out that for certain kinds of problems, local-search can be shown to give provably accurate solutions, and further, the underlying reason for this effectiveness is the existence of small separators. Originally, local-search was proven to work for problems using planar graph separators, and more recently, this has been generalized to other settings.

In this talk, I will present these ideas and techniques in the design of provably good approximation algorithms.

## Complexité du nombre achromatique des graphes 2-arête-colorés et des graphes signés

Dimitri Lajou, Univ. Bordeaux, Bordeaux INP, CNRS, LaBRI, UMR5800, F-33400 Talence, France, [dimitri.lajou@labri.fr](mailto:dimitri.lajou@labri.fr)

Pour un graphe ordinaire, le nombre chromatique peut être vu comme le nombre de sommets du plus petit graphe complet que l'on peut obtenir par une succession d'identification de sommets non adjacents. Le nombre achromatique est défini comme le nombre de sommets du plus grand graphe complet que l'on peut obtenir de la même façon.

Nous étendons cette notion de nombre achromatique aux graphes 2-arête-colorés et aux graphes signés. Nos principaux résultats sont la généralisation de théorèmes de complexité du nombre achromatique des graphes ordinaires ([1], [2], [3], [4]).

Par inclusion des graphes ordinaires, calculer le nombre achromatique d'un graphe 2-arête-coloré est NP-complet. Cette propriété n'étant pas vraie pour les graphes signés, nous montrons que calculer le nombre achromatique d'un graphe signé est NP-complet par réduction.

Nous montrons aussi que ces deux problèmes sont FPT.

## Références

- [1] H. L. Bodlaender, *Achromatic number is NP-complete for cographs and interval graphs*, Information Processing Letters **31(3)** (1989), 135–138.
- [2] M. Farber and G. Hahn and P. Hell and D. Miller, *Concerning the achromatic number of graphs*, Journal of Combinatorial Theory, Series B **40(1)**, 1986, 21–39.
- [3] P. Hell and D. J. Miller, *Graph with given achromatic number*, Discrete Mathematics **16(3)** (1976), 195–207.
- [4] A. Máté, *A lower estimate for the achromatic number of irreducible graphs*, Discrete Mathematics **33(2)** (1981), 171–183.

## Edge Weights and Vertex Colours : Minimizing Sum Count

Olivier Baudon, LaBRI, Bordeaux [baudon@labri.fr](mailto:baudon@labri.fr)

Julien Bensmail, I3S, Nice, [Julien.Bensmail@unice.fr](mailto:Julien.Bensmail@unice.fr)

Hervé Hocquard, LaBRI, Bordeaux [hocquard@labri.fr](mailto:hocquard@labri.fr)

Mohammed SENHAJI, LIRMM, Montpellier, [mohammed.senhaji@lirmm.fr](mailto:mohammed.senhaji@lirmm.fr)

Éric Sopena, LaBRI, Bordeaux [sopena@labri.fr](mailto:sopena@labri.fr)

Neighbour-sum-distinguishing edge-weightings are a way to “encode” proper vertex-colourings via the sums of weights incident to the vertices. Over the last decades, this notion has been attracting, in the context of several conjectures, ingrowing attention dedicated, notably, to understanding, which weights are needed to produce neighbour-sum-distinguishing edge-weightings for a given graph. This work is dedicated to investigating another related aspect, namely the minimum number of distinct sums/colours we can produce via a neighbour-sum-distinguishing edge-weighting of a given graph  $G$ , and the role of the assigned weights in that context. Clearly, this minimum number is bounded below by the chromatic number  $\chi(G)$  of  $G$ . When using weights of  $\mathbb{Z}$ , we show that, in general, we can produce neighbour-sum-distinguishing edge-weightings generating  $\chi(G)$  distinct sums, except in the peculiar case where  $G$  is a balanced bipartite graph, in which case  $\chi(G) + 1$  distinct sums can be generated. These results are best possible. When using  $k$  consecutive weights  $1, \dots, k$ , we provide both lower and upper bounds, as a function of the maximum degree  $\Delta$ , on the maximum least number of sums that can be generated for a graph with maximum degree  $\Delta$ . For trees, which, in general, admit neighbour-sum-distinguishing 2-edge-weightings, we prove that this maximum, when using weights 1 and 2, is of order  $2 \log_2 \Delta$ . Finally, we also establish the NP-hardness of several decision problems related to these questions.

## 3-Colorations explicites pour les graphes exponentiels

Adrien Argento, Université Grenoble-Alpes,  
adrien.argento@etu.univ-grenoble-alpes.fr

Alantha Newman, CNRS and Université Grenoble-Alpes,  
alantha.newman@grenoble-inp.fr

Soit  $H = (V, E)$  un graphe simple et non-orienté à  $n$  sommets. Le graphe exponentiel  $K_3^H = (V', E')$  est un graphe non-orienté dont chaque sommet  $u \in V'(K_3^H)$  est une copie de  $H$  relié à d'autres copies de  $H$  par des arêtes de l'ensemble  $E'(K_3^H)$ . Le graphe exponentiel  $K_3^H$  contient toutes les colorations de  $H$  (potentiellement impropre) utilisant 3 couleurs, soit  $3^n$  sommets. Deux sommets de  $K_3^H$  sont reliés par une arête (c'est-à-dire sont voisins) si et seulement si toutes les arêtes entre les deux copies de  $H$  sont proprement colorés. El-Zahar and Sauer ont montré que  $K_3^H$  est 3-chromatique pour  $H$  qui est 4-chromatique [1]. Tardif a donné un algorithme pour colorer  $K_3^H$  proprement, mais cet algorithme fonctionne en temps polynomial en  $3^n$ . Donc il a posé une question ouverte : est-ce que c'est possible de trouver un algorithme pour ce problème qui fonctionne en temps polynomial en  $n$  ? Dans cet exposé, nous présenterons un tel algorithme.

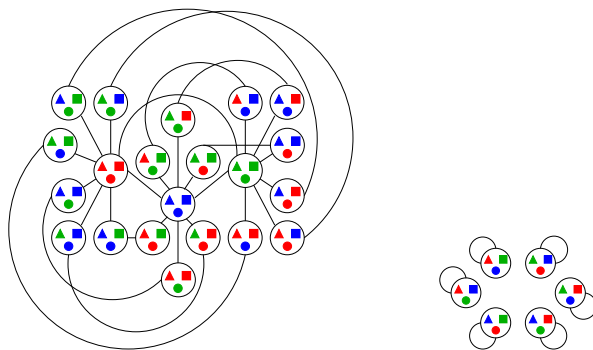


FIGURE 1 – Le graphe exponentiel  $K_3^H$  quand  $H$  est triangle.

## Références

- [1] Mohamed El-Zahar and Norbert Sauer, *The chromatic number of the product of two 4-chromatic graphs is 4*, *Combinatorica* **5(2)** (1985), 121–126.
- [2] Claude Tardif, *On the algorithmic aspects of Hedetniemi's conjecture*, *Topics in Discrete Mathematics, Algorithms and Combinatorics* **26** (2006), 493–496.

## Schéma de distance pour les graphes médians sans cube

Victor Chepoi, LIS, Marseille, [victor.chepoi@lis-lab.fr](mailto:victor.chepoi@lis-lab.fr)  
Arnaud Labourel, LIS, Marseille, [arnaud.labourel@lis-lab.fr](mailto:arnaud.labourel@lis-lab.fr)  
Sébastien Ratel, LIS, Marseille, [sebastien.ratel@lis-lab.fr](mailto:sebastien.ratel@lis-lab.fr)

Un *schéma de distance* pour une famille de graphes  $\mathcal{G}$  consiste en une fonction d'*encodage* qui distribue à chaque sommet d'un graphe  $G \in \mathcal{G}$  des étiquettes binaires en ayant une connaissance totale dudit graphe, et une fonction de *décodage* qui, étant données les étiquettes de deux sommets (données par la fonction précédente), et avec la seule connaissance de ces deux étiquettes, est capable de calculer la distance entre ces sommets. De tels schémas sont une alternative aux représentations globales classiques des graphes permettant de distribuer l'information sur l'ensemble des sommets. Si l'on autorise la fonction d'encodage à attribuer des étiquettes de taille polynomiales en  $|V(G)|$ , il est possible d'encoder dans chaque sommet sa relation avec tous les autres et le problème perd beaucoup de son intérêt (bien que l'on ne puisse pas faire mieux pour la famille des graphes généraux). Nous nous intéressons donc à des familles de graphes admettant un schéma de distance avec étiquettes poly-logarithmiques. Pour concevoir un tel schéma, il semble naturel de s'intéresser à des familles ayant des propriétés métriques fortes comme, par exemple, les graphes médians. Un *graphe médian* est un graphe dans lequel, pour tout triplet de sommets  $u, v, w$ , l'ensemble des plus courts chemins de  $u$  à  $v$ , de  $v$  à  $w$  et de  $w$  à  $u$  s'intersectent tous les trois en un unique sommet. Les graphes médians constituent une classe très importante de la théorie métrique des graphes et trouver un schéma de distance poly-logarithmique pour les graphes médians généraux semble être un problème difficile et, autant que nous le sachions, ouvert. Dans le papier [1], nous concevons un schéma de distance pour la famille des graphes médians *sans cube* (c.-à-d., ne contenant pas de cube 3-dimensionnel en tant que sous-graphe isométrique) :

**Théorème.** *La famille des graphes médians sans cube à  $n$  sommets admet un schéma de distance avec des étiquettes de taille  $O(\log^3 n)$ . Ces étiquettes peuvent être calculées en temps  $O(n^2 \log n)$  et déchiffrées en temps  $O(\log^2 n)$ .*

## Références

- [1] V. Chepoi, A. Labourel, S. Ratel. Distance and routing labeling schemes for cube-free median graphs, 2018.

## Cycle isométrique de faible excentricité

Étienne Birmelé, MAP5, Paris

Fabien de Montgolfier, IRIF, Paris

Léo Planche, MAP5 IRIF, Paris

Le problème du plus court chemin d'excentricité minimal (MESP) a été défini par [1]. Le nom est assez transparent, il s'agit de la recherche du plus court chemin d'excentricité minimale dans un graphe. L'étude de ce problème a été principalement motivée par son lien avec le plongement de distorsion minimal d'un graphe dans une ligne. Ce dernier consiste en la recherche d'une fonction bijective  $f$  associant à chaque sommet d'un graphe  $G(V, E)$  un point d'une ligne  $\ell$  tel que  $d_G(x, y) \leq |f(x) - f(y)| \leq \lambda d_G(x, y)$  pour tous sommets  $x, y$  de  $V$  et minimisant  $\lambda$ . Ils montrent que le problème MESP est NP-complet et développent plusieurs algorithmes d'approximation [1].

Nous étendons ce problème aux cycles en définissant le problème du cycle isométrique d'excentricité minimale (MEIC). Un cycle est isométrique si pour tout couple de sommets lui appartenant, un des chemins du cycle les reliant est un plus court chemin.

**Définition** (Problème MEIC). *Étant donné un graphe  $G$ , trouver un cycle isométrique  $C$  tel que pour tout cycle isométrique  $D$  dans  $G$  :  $\text{ecc}(C) \leq \text{ecc}(D)$ .*

Nous montrons que le problème MEIC est NP-complet grâce à une réduction de MESP à MEIC. Nous proposons également deux approximations du problème MEIC, une première en temps  $O(n^{4.752} \log(n))$  utilisant le calcul du plus long cycle isométrique proposé par [2]. Une seconde 3-approximation en temps  $O(n^3)$  mais nécessitant que le graphe possède un ratio longueur du cycle/domination important. Nous développons également le lien entre le problème de plongement dans un cercle de distorsion minimale et le problème MEIC.

## Références

- [1] Feodor F. Dragan and Arne Leitert, *On the Minimum Eccentricity Shortest Path Problem*, Algorithms and Data Structures - 14th International Symposium, WADS 2015.
- [2] Daniel Lokshtanov, *Finding the longest isometric cycle in a graph*, Discrete Applied Mathematics.

## Nombre géodésique fort et produit cartésien

Valentin Gledel, LIRIS, Lyon, [valentin.gledel@univ-lyon1.fr](mailto:valentin.gledel@univ-lyon1.fr)

Vesna Iršič, FMF, Ljubljana, [vesna.irsic@fmf.uni-lj.si](mailto:vesna.irsic@fmf.uni-lj.si)

Sandi Klavžar, FMF, Ljubljana, [sandi.klavzar@fmf.uni-lj.si](mailto:sandi.klavzar@fmf.uni-lj.si)

Introduit par Manuel *et al.* [1], le problème du nombre géodésique fort est défini comme suit. Soit  $G = (V, E)$  un graphe et  $S$  un sous-ensemble de  $V$ . On dit que  $S$  est un *ensemble géodésique fort* de  $G$  s'il existe une façon de fixer des plus courts chemins entre toutes paires de sommets de  $S$  telle que l'union de ces plus courts chemins couvre entièrement  $G$ . Plus formellement,  $S$  est un ensemble géodésique fort s'il existe une fonction  $\tilde{g}$  qui à chaque paire de sommet  $(x, y)$  de  $S$  attribue un plus court chemin entre ces deux sommets telle que  $\bigcup_{x,y \in S} \tilde{g}(x, y) = V$ .

La taille d'un plus petit ensemble géodésique fort est appelée *nombre géodésique fort* du graphe.

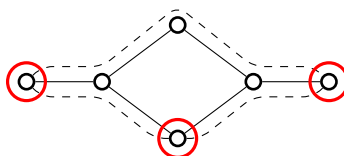


FIGURE 2 – Ensemble géodésique fort d'un graphe (sommets entourés) et plus courts chemins entre les sommets de cet ensemble (chemins pointillés).

Nous nous intéressons au nombre géodésique fort du produit cartésien de deux graphes. Nous améliorons les bornes connues et infirmons une conjecture proposée dans [2] selon laquelle le nombre géodésique fort du produit cartésien de deux graphes est au moins le maximum des nombres géodésiques forts des graphes de départ.

## Références

- [1] P. Manuel, S. Klavžar, A. Xavier, A. Arokiaraj, E. Thomas, Strong geodetic problem in networks, *Discuss. Math. Graph. Theory*, to appear.
- [2] V. Iršič, S. Klavžar, Strong geodetic problem on Cartesian products of graphs, *RAIRO Oper. Res.* (2018), <https://doi.org/10.1051/ro/2018003>.

# Les cliques temporelles admettent des spanners peu denses

Arnaud Casteigts, LaBRI, Bordeaux, [arnaud.casteigts@labri.fr](mailto:arnaud.casteigts@labri.fr)

Joseph G. Peters, Simon Fraser University, Burnaby, Canada, [peters@cs.sfu.ca](mailto:peters@cs.sfu.ca)

Jason Schoeters, LaBRI, Bordeaux, [jason.schoeters@labri.fr](mailto:jason.schoeters@labri.fr)

Soit  $\mathcal{G} = (G, \lambda)$  un graphe étiqueté de  $n$  sommets où  $\lambda : E_G \rightarrow \mathbb{N}$  associe à chaque arête un entier localement unique. Les étiquettes désignent les moments (en temps discret) où les arêtes sont présentes. Un tel graphe est dit *temporellement connexe* s'il existe un chemin avec des étiquettes croissantes de chaque sommet vers chaque autre sommet. Nous nous intéressons ici à une question posée par Kempe *et al.* [1] : est-il toujours possible de trouver un sous-ensemble d'arêtes *peu dense* (appelé *spanner temporel*) conservant la connexité temporelle de  $\mathcal{G}$ ? Récemment, Axiotis et Fotakis [2] ont répondu négativement à cette question en exhibant une famille infinie de graphes temporels minimaux à  $\Omega(n^2)$  arêtes. Par conséquent, une approche naturelle est de restreindre ce problème à des classes spécifiques de graphes denses.

Nous nous concentrons sur le cas où  $G$  est un graphe complet et introduisons une suite de techniques permettant ultimement d'obtenir (en temps polynomial) un spanner temporel de taille  $O(n \log n)$ . Des résultats précédents ne rétrayaient que  $O(n)$  arêtes, ne changeant donc pas la taille asymptotique du spanner temporel. Ces résultats sont robustes dans le sens où ils s'étendent, avec des hypothèses modérées, à des modèles plus généraux où les étiquettes n'ont pas besoin d'être localement unique et où les arêtes peuvent avoir plusieurs étiquettes. L'enjeu actuel est de comprendre où se situe la séparation entre les graphes admettant des spanners peu denses et les graphes n'en admettant pas.

**Mots clés :** graphes dynamiques, connexité temporelle, spanners

## Références

- [1] David Kempe, Jon Kleinberg, and Amit Kumar. Connectivity and inference problems for temporal networks. *Journal of Computer and System Sciences*, 64(4) :820–842, 2002.
- [2] Kyriakos Axiotis and Dimitris Fotakis. On the Size and the Approximability of Minimum Temporally Connected Subgraphs. *43rd International Colloquium on Automata, Languages, and Programming (ICALP 2016)*, 55 : 149 :1–149 :14, 2016.



## Packing et couverture de mineurs

Wouter Cames van Batenburg, Département d'Informatique, Université Libre de Bruxelles, [wcomesva@ulb.ac.be](mailto:wcomesva@ulb.ac.be)

Tony Huynh, Département de Mathématique, Université Libre de Bruxelles, [tony.bourbaki@gmail.com](mailto:tony.bourbaki@gmail.com)

Gwenaël Joret, Département d'Informatique, Université Libre de Bruxelles, [gjoret@ulb.ac.be](mailto:gjoret@ulb.ac.be)

Jean-Florent Raymond, LaS team, Technische Universität Berlin, [raymond@tu-berlin.de](mailto:raymond@tu-berlin.de)

Soit  $H$  un graphe planaire. Comme prouvé par Robertson et Seymour [2], il existe une fonction  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  telle que pour tout  $k \in \mathbb{N}$  et tout graphe  $G$ , ou bien  $G$  contient  $k$  sous-graphes sommet-disjoints chacun contenant  $H$  comme mineur, ou  $G$  a un ensemble  $X$  d'au plus  $f(k)$  sommets tel que  $G - X$  ne contient pas  $H$  comme mineur. Nous montrons que cela reste vrai quand  $f(k) = ck \log(k + 1)$ , pour une certaine constante  $c = c(H)$ . Cette borne est optimale (à la valeur de  $c$  près) et améliore un résultat récent de Chekuri et Chuzhoy, qui avaient obtenu  $f(k) = ck \log^d(k + 1)$  pour une certaine constante  $d$  [1]. La preuve est constructive et donne, entre autres conséquences, un algorithme d'approximation à facteur  $O(\log \text{OPT})$  pour le problème de packing de sous-graphes contenant  $H$  comme mineur. L'article complet est en ligne à l'adresse <https://arxiv.org/abs/1807.04969>.

## Références

- [1] C. Chekuri et J. Chuzhoy, *Large-treewidth graph decompositions and applications*, Proceedings of the 45th annual ACM Symposium on Theory of Computing, ACM, (2013), 291–300.
- [2] N. Robertson et P. D. Seymour, *Graph minors. V. Excluding a planar graph.*, Journal of Combinatorial Theory, Series B **41(1)** (1986), 92–114.

## Packing de cycles arc-disjoints dans les tournois

Stéphane Bessy, LIRMM, CNRS, Montpellier, France, [bessy@lirmm.fr](mailto:bessy@lirmm.fr)  
Marin Bougeret, LIRMM, CNRS, Montpellier, France, [bougeret@lirmm.fr](mailto:bougeret@lirmm.fr)  
R. Krithika, HBNI, Chennai, India, [rkritika@imsc.res.in](mailto:rkritika@imsc.res.in)  
Abhishek Sahu, HBNI, Chennai, India, [asahu@imsc.res.in](mailto:asahu@imsc.res.in)  
Saket Saurabh, HBNI, Chennai, India and University of Bergen, Bergen,  
Norway, [saket@imsc.res.in](mailto:saket@imsc.res.in)  
Jocelyn Thiebaut, LIRMM, CNRS, Montpellier, [thiebaut@lirmm.fr](mailto:thiebaut@lirmm.fr)  
Meirav Zehavi, Ben-Gurion University, Beersheba, Israel, [meiravze@bgu.ac.il](mailto:meiravze@bgu.ac.il)

Un tournoi est un graphe orienté pour lequel il y a un seul arc entre chaque paire de sommets distincts. Les tournois forment une sous-classe mathématiquement riche de graphes orientés, et possèdent des propriétés structurelles et algorithmiques intéressantes. Plusieurs problèmes classiques ont été étudiés sur les tournois, auxquels nous ajoutons deux problèmes fondamentaux de *packing*. Étant donné un tournoi  $T$  à  $n$  sommets, nous étudions la complexité –classique et paramétrée– des problèmes consistants à déterminer si  $T$  contient un *packing* de cycles (ensemble de cycles arc-disjoints deux à deux) de taille  $k$  et un *packing* de triangles (ensemble de cycles de longueur 3 arc-disjoints deux à deux) de taille  $k$ . Nous appelons ces problèmes des ARC-DISJOINT CYCLES IN TOURNAMENTS (ACT) and ARC-DISJOINT TRIANGLES IN TOURNAMENTS (ATT), respectivement.

Bien que la version de maximisation de ACT puisse être vue comme le dual (en programmation linéaire) au problème du *feedback arc set in tournament* minimum (ensemble d’arcs dont la suppression rend le graphe acyclique) –qui a été largement étudié–, étonnamment, aucun résultat algorithmique ne semble exister concernant le premier. Avant tout, nous montrons qu’ACT et ATT sont tous les deux NP-complets. Ensuite, nous prouvons qu’ACT est FPT lorsque paramétré par la taille de la solution (i.e. le nombre  $k$  de cycles) et qu’il admet un noyau polynomial. En particulier, nous montrons qu’ACT admet un noyau en  $\mathcal{O}(k)$  sommets et peut être résolu en  $2^{\mathcal{O}(k \log k)} n^{\mathcal{O}(1)}$ . Ensuite, nous montrons qu’ATT admet également un noyau avec  $\mathcal{O}(k)$  sommets et peut être résolu en  $2^{\mathcal{O}(k)} n^{\mathcal{O}(1)}$ . Nous prouvons également que ces deux problèmes ne peuvent pas être résolus en  $2^{\mathcal{O}(\sqrt{k})} n^{\mathcal{O}(1)}$  sous ETH. L’ingrédient principal dans les résultats de complexité paramétrés pour ACT est un théorème min-max stipulant qu’un tournoi contient soit  $k$  triangles arc-disjoints, soit il possède un *feedback arc set* d’au plus  $6k$ . Nous croyons que ce résultat combinatoire est d’intérêt indépendant et pourrait être utile dans d’autres problèmes liés aux cycles dans les tournois.

## Testabilité des graphes cordaux

Rémi de Joannis de Verclos, Université Radboud, Nijmegen,  
r.deverclos@math.ru.nl

Un graphe  $G$  à  $n$  sommets est  $\epsilon$ -loin d'une propriété  $\mathcal{P}$  s'il faut ajouter/supprimer au moins  $\epsilon n^2$  arêtes à  $G$  pour obtenir un graphe vérifiant la propriété  $\mathcal{P}$ . Une propriété héréditaire  $\mathcal{P}$  est *testable* si pour tout  $\epsilon$  et tout graphe  $G$   $\epsilon$ -loin de  $\mathcal{P}$ , le sous-graphe  $G[X]$  induit par un ensemble  $X$  de  $m_\epsilon$  sommets choisis uniformément au hasard n'est pas dans  $\mathcal{P}$  avec probabilité au moins  $1/2$ , pour un certain nombre  $m_\epsilon$  qui ne dépend que de  $\epsilon$ . Dans ce cas, on appelle la fonction  $m_\epsilon$  la *complexité* de la classe  $\mathcal{P}$ .

Il a été montré par Alon et Shapira que toute propriété héréditaire est testable au sens décrit ci-dessus [1]. La complexité  $m_\epsilon$  telle que donnée par ce résultat général provient du lemme de régularité et est une tour d'exponentielles de hauteur polynomiale en  $1/\epsilon$ .

Une question naturelle est de déterminer pour quelles classes  $\mathcal{P}$  de graphes cette complexité est un polynôme en  $1/\epsilon$ . On dit dans ce cas que  $\mathcal{P}$  est *facilement testable*. Aucun critère général n'est connu pour cette question. Dans le cas de la classe  $\mathcal{P}_H$  des graphes sans un certain sous-graphe induit  $H$ , la question a été résolue pour tout  $H$  sauf lorsque  $H$  est égal à  $C_4$  ou son complémentaire ( $\mathcal{P}_H$  n'est pas facilement testable, sauf pour certains petits graphes  $H$ ).

Dans cet exposé, on s'intéresse à une sous-classe des graphes sans  $C_4$ , les graphes cordaux. Gishboliner et Shapira ont montré que les graphes cordaux (ainsi que les graphes sans  $C_4$ ) sont testables avec complexité  $(1/\epsilon)^{O(\log 1/\epsilon)}$  [2]. Dans cet exposé, on améliore ce résultat en montrant que la classe des graphes cordaux est facilement testable.

## Références

- [1] Noga Alon and Asaf Shapira. *A characterization of the (natural) graph properties testable with one-sided error*, SIAM J. Comput., 37(6), (2008), 1703–1727.
- [2] Lior Gishboliner and Asaf Shapira. *Efficient removal without efficient regularity*, ArXiv e-prints, (2017).

# Nombre chromatique fractionnaire des graphes de petit degré et maille fixée

François Pirot, LORIA, Nancy, [francois.pirot@loria.fr](mailto:francois.pirot@loria.fr)

Jean-Sébastien Sereni, ICube, Strasbourg, [sereni@unistra.fr](mailto:sereni@unistra.fr)

Un résultat bien connu de la théorie des graphes est que tout graphe de degré maximum  $d$  est  $(d + 1)$ -colorable, via une coloration gloutonne. Cette borne est atteinte par les cliques et les cycles impairs. Sous la contrainte supplémentaire que le graphe soit sans triangle, Johansson montra par une méthode de coloration pseudo-aléatoire qu'il est possible de le colorer avec  $O(d/\log d)$  couleurs. Ce résultat fut amélioré récemment par Molloy, qui montra que  $(1 + \varepsilon)d/\ln d$  couleurs suffisent, pour  $\varepsilon > 0$  fixé et  $d$  suffisamment grand. En outre, on peut exhiber une famille de graphes pseudo-aléatoires de maille  $g$  arbitrairement grande, et de degré  $d$ , tels que leur nombre chromatique soit  $d/(2\ln d)$ . Bien qu'il s'agisse là de beaux résultats proches de conclure la question des graphes de grand degré, il reste beaucoup à dire des graphes de petit degré.

Quand nous considérons des graphes de petit degré, il est intéressant de regarder le nombre chromatique fractionnaire, qui peut prendre une infinité de valeurs – on peut noter que si un graphe est sous-cubique, alors soit  $G = K_4$ , soit  $G$  est biparti, soit son nombre chromatique est 3. Le cas des graphes sous-cubiques a déjà été résolu ; le nombre chromatique fractionnaire maximum atteint par les graphes sous-cubiques sans triangle est  $14/5$  [1]. Au cours de cet exposé, je vais présenter une méthode systématique permettant de calculer des bornes supérieures pour le ratio d'indépendance des graphes de (petit!) degré et maille fixés. Cette méthode permet également dans des cas plus restreints de donner une borne supérieure au nombre chromatique fractionnaire, et pourrait être adaptée à d'autres familles de graphes de petit degré respectant certaines contraintes locales.

## Références

- [1] Z. Dvořák, J.-S. Sereni, and J. Volec. *Subcubic triangle-free graphs have fractional chromatic number at most 14/5*. Journal of the London Mathematical Society, 89(3) :641–662, 2014.

# Dynamique de Glauber pour la coloration d'arêtes dans les arbres

Michelle Delcourt, University of Birmingham, [m.delcourt@bham.ac.uk](mailto:m.delcourt@bham.ac.uk)

Marc Heinrich, LIRIS, Univ. Lyon, [marc.heinrich@univ-lyon1.fr](mailto:marc.heinrich@univ-lyon1.fr)

Guillem Perarnau, University of Birmingham, [g.perarnau@bham.ac.uk](mailto:g.perarnau@bham.ac.uk)

Étant donné un graphe  $G$ , la dynamique de Glauber sur  $G$  est le processus aléatoire suivant : à partir d'une  $k$ -coloration arbitraire de  $G$ , à chaque étape un sommet  $v$  et une couleur  $c$  sont sélectionnés aléatoirement et de façon uniforme. Si la couleur  $c$  n'est pas déjà utilisée par un des voisins de  $v$ , alors le sommet  $v$  est recoloré  $c$ . Si le graphe de reconfiguration est connexe (c'est à dire si l'on peut transformer n'importe quelle coloration, en n'importe quel autre en recolorant un seul sommet à la fois), on peut montrer que la coloration obtenue après un nombre suffisant d'étapes a une distribution très proche d'une distribution uniforme.

Un problème important est la question du temps de convergence vers la distribution uniforme, appelé temps de mélange. On désire déterminer dans quels cas le temps de mélange est polynomial en la taille de  $G$ . Cette question est en lien avec des problèmes de génération de colorations aléatoires, de comptage du nombre de colorations, et des notions de physique statistique, comme le modèle de Potts.

Dans le cas général, on sait que  $\Delta + 2$  couleurs suffisent pour que le processus de Glauber converge vers une distribution uniforme. Il a été conjecturé qu'il suffit également d'avoir  $k \geq \Delta + 2$  pour que le temps de mélange soit polynomial. La meilleure borne connue est  $k \geq \frac{11}{6}\Delta$  [1]. Pour la coloration d'arête, le seul résultat connu [2] montre que le temps de mélange est polynomial pour les arbres complets équilibrés si  $k \geq 2\Delta$ .

Notre contribution consiste à montrer que le temps de mélange est polynomial pour la coloration d'arête des arbres avec  $\Delta + 2$  couleurs, et  $\Delta + 1$  couleurs dans le cas des arbres complets équilibrés.

## Références

- [1] M. Delcourt, G. Perarnau, L. Postle, *Rapid mixing of Glauber dynamics for colorings below Vigoda's 11/6 threshold*, arXiv :1804.04025 (2018).
- [2] C. Y. Poon *Glauber Dynamics for Sampling an Edge Colouring of Regular Trees*, PhD Thesis, 2016

## Coloration du carré des graphes planaires sans $C_4$

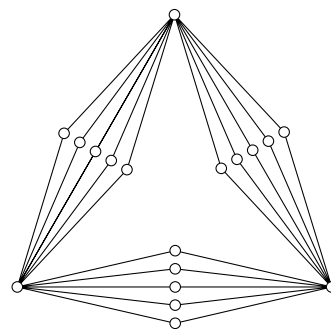
Ilkyoo Choi, Hankuk University of Foreign Studies (HUFS), Republic of Korea, [ilkyoo@hufs.ac.kr](mailto:ilkyoo@hufs.ac.kr)

Daniel W. Cranston, Virginia Commonwealth University, Richmond, VA, USA, [dcranston@vcu.edu](mailto:dcranston@vcu.edu)

Théo Pierron, Univ. Bordeaux, Bordeaux INP, CNRS, LaBRI, UMR 5800, F-33400 Talence, France, [tpierron@labri.fr](mailto:tpierron@labri.fr)

Le carré d'un graphe est obtenu en lui ajoutant des arêtes entre tous les sommets partageant un voisin. On peut remarquer que  $\Delta + 1$  couleurs sont nécessaires pour colorier proprement le carré de tout graphe de degré maximum  $\Delta$ .

Bien que la borne supérieure naïve de  $\Delta^2 + 1$  ne soit atteinte que pour de rares exemples, il existe une famille de graphes de degré maximum non borné et nécessitant  $\Delta^2 - \Delta$  couleurs. Dans le cas des graphes planaires, la 5-dégénérescence fournit des bornes linéaires en  $\Delta$  (la meilleure borne actuelle étant  $\frac{5}{3}\Delta + O(1)$  [2]). Cependant, la construction de Wegner ci-contre prouve qu'il est impossible d'obtenir une majoration de la forme  $\Delta + O(1)$  en général.



Dans cet exposé, on s'intéressera aux longueurs de cycles à interdire pour obtenir une borne supérieure de  $\Delta + O(1)$ . Dans le cas où on considère seulement un nombre fini de telles longueurs, on montrera qu'il suffit d'interdire les cycles de taille 4 (ce qui est aussi nécessaire). Dans ce cas, quand  $\Delta$  est assez grand, on détaillera aussi comment étendre la borne de  $\Delta + 2$  obtenue par Bonamy, Cranston et Postle [1] pour les graphes planaires de maille 5.

## Références

- [1] M. Bonamy, D.W. Cranston and L. Postle, *Planar Graphs of Girth at least Five are Square  $(\Delta + 2)$ -Choosable*, J. Combin. Theory Ser. B (2018).
- [2] M. Molloy and M.R. Salavatipour, *A bound on the chromatic number of the square of a planar graph*, J. Combin. Theory Ser. B **94(2)** (2005), 189–213.

## Coloration du graphe médial d'un graphe plan biparti

François Dross, I3S, Sophia Antipolis, francois.dross@googlegmail.com

Borut Lužar, Faculty of Information Studies, Novo mesto, Slovenia,  
borut.luzar@gmail.com

Mária Maceková, Faculty of Science, Pavol Jozef Šafárik University, Košice,  
Slovakia, maria.macekova@upjs.sk

Roman Soták, Faculty of Science, Pavol Jozef Šafárik University, Košice,  
Slovakia, roman.sotak@upjs.sk

Soit  $G$  un graphe plan. Le *graphe médial* de  $G$  est le graphe dont les sommets sont les arêtes de  $G$  tel que deux sommets sont adjacents si les arêtes correspondantes sont adjacentes sur la frontière d'une même face dans  $G$ . Voir la figure 3 pour une illustration.

On s'intéresse au problème suivant, posé par Czap, Jendrol' et Voigt [1] : Existe-t-il un graphe plan biparti  $G$  dont le graphe médial a pour nombre chromatique 4? On prouve que non seulement il n'en existe pas, mais même que tout graphe médial d'un graphe plan biparti est 3-choisissable.

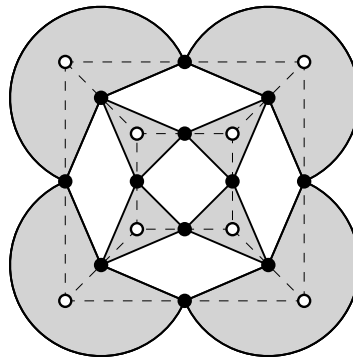


FIGURE 3 – Un cube (sommets blancs et arêtes en pointillés) et son graphe médial.

## Références

- [1] J. Czap, S. Jendrol', and M. Voigt. *Zig-zag facial total-coloring of plane graphs*, Opuscula Math., **38(6)** (2018), 819–827.

## Complexité et approximation autour de Power Edge Set

Pierre Cazals, LAMSADE, Paris, pierre.cazals@dauphine.eu  
Benoît Darties, LIRMM, Montpellier, benoit.darties@lirmm.fr  
Annie Chateau, LIRMM, Montpellier, annie.chateau@lirmm.fr  
Rodolphe Giroudeau, LIRMM, Montpellier, rodolphe.giroudeau@lirmm.fr  
Mathias Weller, CNRS - LIGM, Marne-La-Vallée, mathias.weller@u-pem.fr

Nous présenterons un problème de surveillance de sommets avec propagation, POWER EDGE SET, qui est une variante de POWER DOMINATING SET proposée par Toubaline et al.[1], ce dernier étant très étudié pour ses applications dans la surveillance de réseaux électriques.

Etant donné un graphe, le problème consiste à trouver un sous-ensemble d'arêtes  $S$  de taille  $k$  de telle sorte qu'après application exhaustive des deux règles suivantes les sommets du graphe soient entièrement surveillés :

- $R1$  : Si  $uv \in S$  alors  $c(u) = 1$  et  $c(v) = 1$ .
- $R2$  : Si  $c(u) = 0$  et  $\exists v \in \mathcal{N}(u)$  tel que  $c(v) = 1$  et si  $\forall w \in \mathcal{N}(v) \setminus \{u\}$  et  $c(w) = 1$  alors  $c(u) = 1$  (i.e. si un sommet est surveillé ainsi que tous ses voisins sauf un, alors ce dernier devient surveillé)

Darties et al. [2] ont montré que le problème était difficile à résoudre et à approximer sur quelques classe de graphes, nous raffinons quelques-uns de ces résultats et en présentons de nouveaux, à savoir :

- NP-complet, même restreint aux graphes cubiques planaire
- Inapproximable à un ratio  $\frac{13}{11}$  sur les graphes cubiques sous  $UGC$
- W[1]-hard si des sommets peuvent être pré-surveillés
- Linéaire dans les graphes d'intervalles propres.

## Références

- [1] S. Toubaline, C. D'Ambrosio, L. Liberti, P. Poirion, B. Schieber, H. Shachnai *Complexité du problème Power Edge Set*, ROADEF 2017
- [2] B. Darties and A. Chateau and R. Giroudeau and M. Weller, *Complexity and lowers bounds for Power Edge Set Problem*, Journal of Discrete Algorithms (2018), à paraître.



# Sur le meta-problème Distance Identifying Set et applications à la complexité de problèmes d'identification sur les graphes

Florian Barbero, LIRMM, Montpellier, [florian.barbero@lirmm.fr](mailto:florian.barbero@lirmm.fr)

Lucas Isenmann, LIRMM, Montpellier, [lucas.isenmann@lirmm.fr](mailto:lucas.isenmann@lirmm.fr)

Jocelyn Thiebaut, LIRMM, Montpellier, [jocelyn.thiebaut@lirmm.fr](mailto:jocelyn.thiebaut@lirmm.fr)

De nombreux problèmes consistant à trouver dans un graphe un ensemble de sommets “identifiants selon une notion de distance” sont utiles dans des domaines pratiques comme la vérification de réseaux et théoriques comme dans les isomorphismes de graphes. Unifier ces problèmes en un unique meta-problème peut se révéler intéressant. Nous introduisons dans cet article un candidat prometteur que nous appelons Distance Identifying Set (ou ensemble identifiant selon la distance). Ce meta-problème inclut les problèmes classiques que sont : Identifying Code, Locating Dominating Set, avec leurs généralisations notés  $r$ -IC et  $r$ -LD (où l’on considère le voisinage fermé jusqu’à distance  $r$ ) ainsi que Metric Dimension et son raffinement  $r$ -MD (dans laquelle la distance entre deux sommets est supposée infinie si elle dépasse  $r$ ).

Nous distinguons deux classes de problèmes : ceux d’identification locale qui comprennent IC ainsi que LD et ceux d’identification stratifié (ou layered en anglais) qui comprennent MD. Nous montrons les résultats de complexité suivants :

hypothèse	problèmes 1-layered	problèmes locaux
$P \neq NP$	pas d’algo polynomial même pour les graphes bipartis apex	pas d’algo polynomial même pour les graphes planaires bipartis
ETH	pas d’algo en $2^{o(\sqrt{n})}$ même pour les graphes bipartis apex	pas d’algo en $2^{o(\sqrt{n})}$ même pour les graphes planaires bipartis
ETH	pas d’algo en $2^{o(n)}$ même pour les graphes bipartis	
$W[2] \neq W[0]$	pas d’algo en $2^{O(k)} \cdot n^{O(1)}$ même pour les graphes bipartis	

# Rank-based Approach on Graphs with Structured Neighborhood

Benjamin Bergougnoux, IRIF, Paris, [benjamin.bergougnoux@irif.fr](mailto:benjamin.bergougnoux@irif.fr)  
Mamadou M. Kanté, LIMOS, Clermon-Ferrand, [mamadou.kante@uca.fr](mailto:mamadou.kante@uca.fr)

Connectivity problems such as CONNECTED DOMINATING SET or HAMILTONIAN CYCLE were for a long time a curiosity in FPT world as they admit trivial  $k^{O(k)} \cdot n^{O(1)}$  time algorithms parameterized by tree-width, but no lower-bounds were known. Bodlaender et al. proposed in [1] a general toolkit called *rank-based approach* to design deterministic  $2^{O(k)} \cdot n^{O(1)}$  time algorithms, with  $k$  the tree-width of the input graph, to solve a wider range of connectivity problems.

Nevertheless, despite the broad interest on tree-width, only sparse graphs can have bounded tree-width. But, many NP-hard problems are tractable on dense graph classes. Most of the time, this tractability can be explained by the ability of these graphs to be recursively decomposed along vertex bipartitions  $(A, B)$  where the adjacency between  $A$  and  $B$  is simple to describe, *i.e.*, they have a structured neighborhood. A lot of graph parameters have been defined to characterize this ability, the most remarkable ones are certainly clique-width, rank-width, and maximum induced matching width (called mim-width).

We proved that we can combine the rank-based approach with the notion of  $d$ -neighbor equivalence to obtain efficient algorithms for several connectivity problems such as CONNECTED DOMINATING SET, MAXIMUM INDUCED TREE, LONGEST INDUCED PATH, and FEEDBACK VERTEX SET. For all these problems, we obtain  $2^{O(k)} \cdot n^{O(1)}$ ,  $2^{O(k^2)} \cdot n^{O(1)}$  and  $n^{O(k)}$  time algorithms parameterized respectively by clique-width, rank-width and mim width. Our approach simplifies and unifies the known algorithms for each of the parameters and match asymptotically also the best time complexity for VERTEX COVER and DOMINATING SET.

## Références

- [1] H. L. Bodlaender, M. Cygan, S. Kratsch, and J. Nederlof, *Deterministic single exponential time algorithms for connectivity problems parameterized by treewidth*, Inform. and Comput. **243** (2015), 86–111.

## Eternal Domination in Grids

Fionn Mc Inerney, Université Côte d'Azur, Inria, CNRS, I3S, France,  
fionn.mc-inerney@inria.fr

Nicolas Nisse, Université Côte d'Azur, Inria, CNRS, I3S, France,  
nicolas.nisse@inria.fr

Stéphane Pérennes, Université Côte d'Azur, Inria, CNRS, I3S, France,  
stephane.perennes@inria.fr

In the eternal domination game played on graphs, an attacker attacks a vertex at each turn and a team of guards must move a guard to the attacked vertex to defend it. The guards may only move to adjacent vertices on their turn. The goal is to determine the eternal domination number  $\gamma_{all}^\infty$  of a graph which is the minimum number of guards required to defend against an infinite sequence of attacks.

This paper continues the study of the eternal domination game on strong grids  $P_n \boxtimes P_m$ . Cartesian grids  $P_n \square P_m$  have been vastly studied with tight bounds existing for small grids such as  $k \times n$  grids for  $k \in \{2, 3, 4, 5\}$ . It was recently proven that  $\gamma_{all}^\infty(P_n \square P_m) = \gamma(P_n \square P_m) + O(n + m)$  where  $\gamma(P_n \square P_m)$  is the domination number of  $P_n \square P_m$  which lower bounds the eternal domination number.

We prove that, for all  $n, m \in \mathbb{N}^*$  such that  $m \geq n$ ,  $\lceil \frac{nm}{9} \rceil + \Omega(n + m) = \gamma_{all}^\infty(P_n \boxtimes P_m) = \lceil \frac{nm}{9} \rceil + O(m\sqrt{n})$  (note that  $\lceil \frac{nm}{9} \rceil$  is the domination number of  $P_n \boxtimes P_m$ ).

# Domination éternelle sur les digraphes et orientations de graphes

Guillaume Bagan, LIRIS, Lyon, [guillaume.bagan@liris.cnrs.fr](mailto:guillaume.bagan@liris.cnrs.fr)

Alice Joffard, LIRIS, Lyon, [alice.joffard@liris.cnrs.fr](mailto:alice.joffard@liris.cnrs.fr)

Hamamache Kheddouci, LIRIS, Lyon, [hamamache.kheddouci@liris.cnrs.fr](mailto:hamamache.kheddouci@liris.cnrs.fr)

Le problème de *domination éternelle* sur un graphe  $G$  est un jeu infini entre deux joueurs : le *défenseur* et l'*attaquant*. Au tour 0, le défenseur choisit un ensemble  $D_0$  de sommets, appelés *gardes*. Au tour  $i > 0$ , l'attaquant choisit un sommet  $r_i$  appelé *attaque* dans  $V \setminus D_{i-1}$ . Le défenseur doit *défendre* l'attaque, en déplaçant sur  $r_i$  un garde  $y$  étant adjacent. Le jeu reprend depuis le nouvel ensemble de défenseurs  $D_i$ . Le défenseur gagne le jeu s'il est capable de défendre n'importe quelle suite infinie d'attaques. Le nombre de domination éternelle, noté  $\gamma^\infty(G)$ , est le nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner. Dans une seconde version, la *domination  $m$ -éternelle*, le défenseur est autorisé, durant chaque tour, à bouger autant de gardes qu'il le souhaite, sur un sommet adjacent au leur. Seul un garde doit défendre l'attaque. Le nombre de domination  $m$ -éternelle  $\gamma_m^\infty(G)$  correspond au nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner dans cette version.

Nous considérons ici le problème sur des digraphes, où les gardes ne se déplacent que selon la direction des arcs. Nous introduisons la *domination éternelle orientée*, qui consiste à trouver l'orientation  $H$  d'un graphe  $G$  qui minimise les valeurs de  $\gamma^\infty(H)$  ou  $\gamma_m^\infty(H)$ . Ces valeurs sont notées respectivement  $\overrightarrow{\gamma^\infty}(G)$  et  $\overrightarrow{\gamma_m^\infty}(G)$ . Nous montrons que le calcul de ces paramètres est un problème coNP-difficile. Nous bornons les valeurs de  $\gamma^\infty(G)$  et  $\gamma_m^\infty(G)$  à l'aide de paramètres connus. Enfin, nous étudions leurs valeurs sur des classes de graphes telles que les forêts, les cycles, les graphes complets, les graphes bipartis complets, et différents types de grilles.

## Références

- [1] A. Burger, E. Cockayne, W. Grundlingh, C. Mynhardt, J. Van Vuuren and W. Winterbach, *Infinite order domination in graphs*, J. Combin. Math. Combin. Comput **50** (2004), 179–194.
- [2] W. Goddard, S. M. Hedetniemi, and S. T. Hedetniemi, *Eternal security in graphs*, J. Combin. Math. Combin. Comput **52** (2005), 169–180.
- [3] W. Klostermeyer and C. Mynhardt, *Protecting a graph with mobile guards*, Applicable Analysis and Discrete Mathematics **10** (2016), 1–29.

## Renforcer la conjecture de Murty-Simon sur les graphes critiques de diamètre 2

Antoine Dailly, G-SCOP, Grenoble, [antoine.dailly@univ-lyon1.fr](mailto:antoine.dailly@univ-lyon1.fr)

Florent Foucaud, LIMOS, Clermont-Ferrand, [florent.foucaud@gmail.com](mailto:florent.foucaud@gmail.com)

Adriana Hansberg, Instituto de Matemáticas, UNAM Juriquilla, Mexique.

Un graphe est *critique de diamètre 2*, ou *D2C*, s'il a diamètre 2 et si la suppression de toute arête augmente son diamètre. Cette famille inclut des graphes connus tels que les graphes bipartis complets, le graphe de Petersen ou les graphes de Moore. Dans les années 1960 et 1970, Murty, Ore, Plesník et Simon ont indépendamment formulé la conjecture suivante, généralement appelée *conjecture de Murty-Simon* [1].

**Conjecture.** *Un graphe D2C d'ordre  $n$  a au plus  $\lfloor \frac{n^2}{4} \rfloor$  arêtes, avec égalité si et seulement s'il s'agit d'un graphe biparti complet équilibré.*

De nombreux résultats partiels ont été obtenus pour cette conjecture. Plus récemment, des études suggèrent que, pour les graphes D2C non-bipartis, la borne de la Conjecture peut être améliorée, à part pour un graphe d'ordre 6 appelé  $H_5$ . Nous démontrons une borne améliorée pour les graphes D2C avec une arête dominante, pour lesquels la Conjecture avait été démontrée dans une série de papiers [2, 3, 4].

**Théorème.** *Soit  $G$  un graphe D2C non-biparti avec une arête dominante. Si  $G \neq H_5$ , alors  $G$  a au plus  $\lfloor \frac{n^2}{4} \rfloor - 2$  arêtes.*

Notre méthode de preuve est une extension de celle utilisée dans [2] et utilise une orientation sur les arêtes du graphe.

## Références

- [1] L. Caccetta and R. Häggkvist. On diameter critical graphs. *Discrete Mathematics* 28(3) :223–229, 1979.
- [2] D. Hanson and P. Wang. A note on extremal total domination edge critical graphs. *Utilitas Mathematica* 63 :89–96, 2003.
- [3] T. W. Haynes, M. A. Henning, L. C. van der Merwe and A. Yeo. On a conjecture of Murty and Simon on diameter 2-critical graphs. *Discrete Mathematics* 311(17) :1918–1924, 2011.
- [4] T. Wang. On Murty-Simon Conjecture. Manuscript, 2012. <http://arxiv.org/abs/1205.4397>

## Overlaying a hypergraph with a graph with bounded maximum degree

Frédéric Havet, I3S - Inria Sophia Antipolis, frederic.havet@inria.fr  
 Dorian Mazauric, Inria Sophia Antipolis, dorian.mazauric@inria.fr  
 Viet-Ha Nguyen, Inria Sophia Antipolis, thi-viet-ha.nguyen@inria.fr  
 Rémi Watrigant, LIP, ENS Lyon - UCBL, remi.watrigant@univ-lyon1.fr

We consider the  $(\Delta \leq k)$ - $\mathcal{F}$ -OVERLAY problem, for a fixed graph family  $\mathcal{F}$  : given a hypergraph  $H$  with vertex set  $V(H)$  and hyperedge set  $E(H)$  (a collection of subsets of vertices), the goal is to find a graph  $G$  satisfying :

- $V(G) = V(H)$ ,
- maximum degree  $\Delta(G) \leq k$ ,
- for any hyperedge  $S \in E(H)$ , the induced subgraph  $G[S]$  has a spanning subgraph in  $\mathcal{F}$ .

When the first and last conditions are verified, we say that  $G$  overlays  $\mathcal{F}$  on  $H$  (see an example of the problem in Figure 4). Our target is to determine the complexity (in  $\mathcal{P}$  or  $\mathcal{NP}$ -complete) of the problem on several graph families  $\mathcal{F}$ . Such problems are important from a practical point of view, since they allow to model a number of applications. One of them concerns structural biology, in which the vertices are proteins and the hyperedges are complexes. A solution graph  $G$  to the problem then corresponds to a structural information about a molecular assembly.

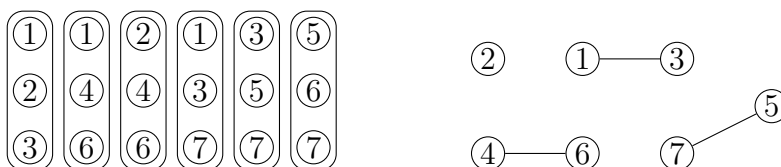


FIGURE 4 – Example of  $(\Delta \leq 1)$ - $O_3$ -OVERLAY on a 3-uniform hypergraph  $H$  with six hyperedges on the left and a graph which overlays  $H$  and has the maximum degree at most one on the right (with  $O_3$  the graph with three vertices and one edge).

# Approximation locale de la coupe maximum dans les graphes réguliers

Étienne Bamas, EPFL, Lausanne, [etienne.bamas@epfl.ch](mailto:etienne.bamas@epfl.ch)  
Louis Esperet, G-SCOP, Grenoble, [louis.esperet@grenoble-inp.fr](mailto:louis.esperet@grenoble-inp.fr)

On s'intéresse à la possibilité d'approximer la coupe maximum dans un graphe régulier avec un algorithme purement local (chaque sommet peut communiquer avec ses voisins durant un nombre constant de tours puis doit choisir son côté de la coupe à partir de l'information qu'il aura récupérée).

Dans ce contexte, il existe déjà des algorithmes randomisés pour ce problème : chaque sommet peut par exemple choisir son côté aléatoirement, ce qui permet de construire une  $\frac{1}{2}$ -approximation en moyenne sans aucun tour de communication. Récemment, Hirvonen *et al.* [1] ont montré qu'avec un tour de communication seulement, on peut construire une coupe de taille moyenne  $\frac{1}{2} + \frac{0.28125}{\sqrt{d}}$  dans les graphes  $d$ -réguliers sans triangle.

Cependant aucune approximation locale *déterministe* n'est connue à ce jour. On s'intéresse donc à cette question naturelle dans le cadre des graphes  $d$ -réguliers : on montre que si  $d$  est pair, aucun algorithme local et déterministe ne garantit une approximation à facteur constant. En revanche, si  $d$  est impair, on ne peut faire mieux qu'une  $\frac{1}{d}$ -approximation. Enfin, on donne un algorithme très simple et rapide qui garantit une telle approximation (on remarquera également qu'un résultat de Naor et Stockmeyer [2] permet d'en déduire un algorithme moins rapide mais avec la même garantie d'approximation néanmoins).

Pour terminer, on s'intéressera au même problème dans les graphes réguliers et *orientés* ainsi qu'à l'optimalité en terme de communication des résultats précédents.

## Références

- [1] J. Hirvonen, J. Rybicki, S. Schmid and J. Suomela, *Large Cuts with Local Algorithms on Triangle-Free Graphs*, The Electron. J. Combin. **24(4)** (2017), #P4.21.
- [2] M. Naor and L. Stockmeyer. *What can be computed locally ?*, In Proc. of the 25th Annual ACM Symp. on Theory of Computing (STOC) 1993, 184–193.

## Trouver un convexe de poids maximum dans un graphe cordal

Jean Cardinal, ULB, Bruxelles, [jcardin@ulb.ac.be](mailto:jcardin@ulb.ac.be)

Jean-Paul Doignon, ULB, Bruxelles, [doignon@ulb.ac.be](mailto:doignon@ulb.ac.be)

Keno Merckx, ULB, Bruxelles, [kmerckx@ulb.ac.be](mailto:kmerckx@ulb.ac.be)

Nous considérons un problème d'optimisation combinatoire naturel sur les graphes cordaux, c'est-à-dire la classe des graphes sans cycles induits de longueur quatre ou plus. Un sous-ensemble de sommets d'un graphe cordal est convexe s'il contient les sommets de tous les chemins sans corde entre deux sommets du sous-ensemble, comme illustré par la Figure 5. Le problème consiste à chercher un ensemble convexe de poids maximum étant donné un graphe cordal et une fonction de poids réels sur ses sommets. Cela généralise certains cas particuliers étudiés précédemment, comme les arbres ou les graphes scindables. Il se trouve que ce problème d'optimisation est fortement lié aux problèmes de fermetures [3] dans les ensembles partiellement ordonnés et les graphes dirigés. Nous proposons le premier algorithme en temps polynomial pour résoudre le problème. Les outils principaux dans ce travail sont les notions de bases utilisées pour les géométries convexes [1] et le clique-séparateur graphe [2]. Ceci nous permet une découpe du problème principal en sous-problèmes qui mènera à l'utilisation de la programmation dynamique dans la création d'un algorithme polynomial.

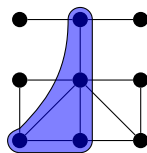


FIGURE 5 – Exemple de graphe cordal et d'un ensemble convexe.

## Références

- [1] H. Edelman et R. E. Jamison, *The theory of convex geometries*, *Geom. Dedicata*, **19(3)** (1985), 247–270.
- [2] L. Ibarra, *The clique-separator graph for chordal graphs*, *Discrete Appl. Math.*, **157(8)** (2009), 1737–1749.
- [3] J.-C. Picard, *Maximal closure of a graph and applications to combinatorial problems*, *Management Sci.*, **22(11)** (1975), 1268–1272.



## Linéarisation des graphes d'échafaudage

Annie Chateau, LIRMM, IBC, Montpellier, [annie.chateau@lirmm.fr](mailto:annie.chateau@lirmm.fr)

Tom Davot, LIRMM, Montpellier, [tom.davot@lirmm.fr](mailto:tom.davot@lirmm.fr)

Rodolphe Giroudeau, LIRMM, Montpellier, [rgiroud@lirmm.fr](mailto:rgiroud@lirmm.fr)

Mathias Weller, CNRS, LIGM, Marne-la-Vallée, [mathias.weller@u-pem.fr](mailto:mathias.weller@u-pem.fr)

En biologie, le séquençage de l'ADN permet d'observer le matériel génétique d'une cellule en coupant celui-ci en plusieurs morceaux appelés *contigs*. Même si ces contigs sont utiles pour certaines analyses au niveau des gènes, il est parfois nécessaire de posséder une vision d'ensemble du génome. Le problème d'*échafaudage* est un problème d'optimisation permettant de reconstituer l'ensemble du génome. Il consiste, étant donné un graphe  $G^*$  doté d'un couplage parfait, d'une fonction de multiplicité  $m$  et d'une fonction de poids sur les arêtes, à trouver une collection de cycles et de chemins alternés de poids maximum respectant  $m$  (représentant respectivement les chromosomes circulaires et linéaires).

Cependant, il peut arriver que plusieurs solutions de poids maximum soient possibles à cause de la présence de chemins appelés *ambigus* et le choix arbitraire d'une de ces solutions peut mener à fournir un génome chimérique. La linéarisation est une approche permettant de résoudre ce problème. Il consiste à dégrader « intelligemment » les solutions afin d'enlever les ambiguïtés, c'est à dire, dans le cas d'un graphe, à retirer un certain nombre d'arêtes permettant de supprimer les chemins ambigus tout en minimisant une certaine fonction de score.

Nous présenterons quelques résultats de complexité sur le problème de linéarisation.

## Optimisation décrementale de la reconfiguration de dominants

Alexandre Blanché, LaBRI, Bordeaux, [alexandre.blanche@u-bordeaux.fr](mailto:alexandre.blanche@u-bordeaux.fr)

Haruka Mizuta, Tohoku University, Japon, [haruka.mizuta.s4@dc.tohoku.ac.jp](mailto:haruka.mizuta.s4@dc.tohoku.ac.jp)

Paul Ouvrard, LaBRI, Bordeaux, [paul.ouvrard@u-bordeaux.fr](mailto:paul.ouvrard@u-bordeaux.fr)

Akira Suzuki, Tohoku University, Japon, [a.suzuki@ecei.tohoku.ac.jp](mailto:a.suzuki@ecei.tohoku.ac.jp)

Un *dominant* d'un graphe  $G$  est un sous-ensemble de sommets  $D$  tel que tout sommet du graphe appartient à  $D$  ou est voisin d'un sommet de  $D$ . On s'intéresse ici à la *reconfiguration* de dominants. Étant donné un dominant, on peut en obtenir un autre en ajoutant ou en supprimant un sommet. Sans dépasser une borne de taille, quels sont les dominants que l'on peut obtenir via une série de telles opérations? Le problème qui nous intéresse est une variante d'optimisation similaire à celle introduite dans [1] pour les stables, cette fois-ci appliquée aux dominants :

- **Instance** : Un graphe  $G$ , deux entiers  $k, s$ , un dominant  $D$  de  $G$ , avec  $|D| \leq k$ .
- **Question** : Existe-t-il un dominant  $D_s$  vérifiant  $|D_s| \leq s$ , atteignable à partir de  $D$  par ajouts ou suppressions successifs de sommets, tel que tous les dominants intermédiaires sont de taille au plus  $k$ ?

Ce problème généralisant le problème du dominant classique, il est NP-dur. On peut même montrer qu'il est PSPACE-dur. On examine donc sa complexité sur différentes classes de graphes, en montrant notamment qu'il reste PSPACE-dur sur les planaires mais peut-être résolu en temps polynomial sur les co-graphes. On étudie ensuite sa complexité paramétrée : en particulier, on montre que le problème est FPT s'il est paramétré par la taille  $\tau$  de son plus petit vertex cover (ensemble de sommets touchant toutes les arêtes) avec un algorithme en temps  $O(2^\tau \times \text{poly}(n))$  pour un graphe de taille  $n$ , et que le problème ne possède a priori pas d'algorithme FPT s'il est paramétré par  $k$ .

## Références

- [1] T. Ito and H. Mizuta and N. Nishimura and A. Suzuki, *Incremental Optimization of Independent Sets under Reachability Constraints*, CoRR, abs/1804.09422 (2018), <http://arxiv.org/abs/1804.09422>

# Dualisation du treillis distributif et énumération préférée dans les graphes

Oscar Defrain, LIMOS, Université Clermont Auvergne

Lhouari Nourine, LIMOS, Université Clermont Auvergne

Takeaki Uno, National Institute of Japan

La dualisation du treillis booléen est un problème central d'énumération dans la mesure où il est équivalent à l'énumération des transversaux minimaux d'un hypergraphe, ou des dominants minimaux d'un graphe. De ce fait, il présente de nombreuses applications en data mining, machine learning et réparation de bases de données [3]. Actuellement, le meilleur algorithme connu s'exécute en temps quasi-polynomial et est dû à Fredman et Khachiyan [2]. La question de savoir s'il existe un algorithme polynomial pour ce problème, en revanche, reste ouverte depuis plus de 35 ans.

On s'intéresse ici à la généralisation du problème aux treillis distributifs. Pour ces treillis, le meilleur algorithme connu s'exécute en temps sous-exponentiel ; la question de l'existence d'un algorithme polynomial est également ouverte [1]. On montre que le problème est équivalent à l'énumération des idéaux dominants minimaux et des dominants préférés d'un graphe accompagné d'un ordre sur les sommets. On utilise la même relation de préférence que dans [4] pour l'énumération des réparations préférées dans les bases de données. Ces équivalences restent vraies même restreint aux graphes bipartis, split et cobipartis, en considérant respectivement des ordres quelconques, de priorité, et d'inclusion de voisinages. Pour ces derniers, on montre l'existence d'un algorithme polynomial delay dans les split et les graphes  $k$ -dégénérés lorsque  $k$  est fixé.

## Références

- [1] Babin, M. A., Kuznetsov, S. O. (2017). *Dualization in lattices given by ordered sets of irreducibles*. Theoretical Computer Science, 658, 316–326.
- [2] Fredman, M. L., Khachiyan, L. (1996). *On the complexity of dualization of monotone disjunctive normal forms*. Journal of Algorithms, 21(3).
- [3] Eiter, T., Gottlob, G. (1995). *Identifying the minimal transversals of a hypergraph and related problems*. SIAM Journal on Computing, 24(6), 1278–1304.
- [4] Staworko, S., Chomicki, J., Marcinkowski, J. (2012). *Prioritized repairing and consistent query answering in relational databases*. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, 64(2–3), 209–246.

## Prix de la connexité pour le problème de domination

Marthe Bonamy, CNRS, LaBRI, marthe.bonamy@labri.fr

Nicolas Bousquet, CNRS, G-SCOP, nicolas.bousquet@grenoble-inp.fr

Tereza Klímová, Charles University, tereza@kam.mff.cuni.cz

Paul Ouvrard, LaBRI, Univ. Bordeaux, paul.ouvrard@labri.fr

Un ensemble dominant dans un graphe  $G = (V, E)$  est un sous-ensemble de sommets  $D \subseteq V$  tel que tout sommet qui n'est pas dans  $D$  possède au moins un voisin dedans, c.à.d.  $N[D] = V$ . Nous nous intéressons ici au prix de la connexité pour le problème de domination, noté  $PoC(G)$ , qui correspond au ratio maximum pour tout sous-graphe induit  $H$  de  $G$  entre la taille minimale d'un dominant connexe et la taille minimale d'un dominant, c.à.d. :

$$PoC(G) = \max_{H \subseteq G} \frac{\min \{|D|, H[D] \text{ connexe et } D \text{ domine } H\}}{\min \{|D|, D \text{ domine } H\}}$$

Ce ratio vaut toujours au plus trois et Zverovich a caractérisé la classe de graphes pour lequel il vaut précisément un [1]. Dans cet exposé, nous nous intéressons à une conjecture de Camby et Schaudt [2]. Plus précisément, nous prouvons que le prix de la connexité d'un graphe  $G$  est au plus deux si et seulement s'il ne contient pas de chemin ou cycle à 9 sommets ou le graphe de la Figure 6 comme sous-graphe induit.

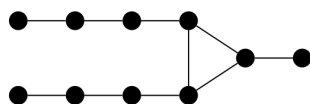


FIGURE 6 – Le troisième sous-graphe interdit.

## Références

- [1] I.E. Zverovich, *Perfect connected-dominant graphs*, Discuss. Math. Graph Theory 23 (2003), pp. 159–162.
- [2] E. Camby and O. Schaudt, *The price of connectivity for dominating set : Upper bounds and complexity*, Discrete Applied Mathematics 177 :53–59, 2014.

## Liste des auteurs

- Argento, A., 10  
Bagan, G., 26  
Bamas, E., 29  
Barbero, F., 23  
Baudon, O., 9  
Bensmail, J., 9  
Bergognoux, B., 24  
Bessy, S., 16  
Birmelé, E., 12  
Blanché, A., 32  
Bonamy, M., 6, 34  
Bougeret, M., 16  
Bousquet, N., 34  
Cames van  
    Batenburg,  
    W., 15  
Cardinal, J., 30  
Casteigts, A., 14  
Cazals, P., 22  
Chateau, A., 22, 31  
Chepoi, V., 11  
Choi, I., 20  
Cranston, D. W., 20  
Dailly, A., 27  
Darties, B., 22  
Davot, T., 31  
de Joannis de  
    Verclos, R.,  
    17  
de Montgolfier, F.,  
    12  
Defrain, O., 33  
Delcourt, M., 19  
Doignon, J.-P., 30  
Dross, F., 21  
Esperet, L., 29  
Foucaud, F., 27  
Giroudeau, R., 22,  
    31  
Gledel, V., 13  
Hansberg, A., 27  
Havet, F., 28  
Heinrich, M., 19  
Hocquard, H., 9  
Huynh, T., 15  
Iršič, V., 13  
Isenmann, L., 23  
Joffard, A., 26  
Joret, G., 15  
Kanté, M. M., 24  
Kheddouci, H., 26  
Klavžar, S., 13  
Klimošová, T., 34  
Krithika, R., 16  
Labourel, A., 11  
Lajou, D., 8  
Lužar, B., 21  
Maceková, M., 21  
Mazauric, D., 28  
Mc Inerney, F., 25  
Merckx, K., 30  
Mizuta, H., 32  
Mustafa, N., 7  
Newman, A., 10  
Nguyen, V.H., 28  
Nisse, N., 25  
Nourine, L., 33  
Ouvrard, P., 32, 34  
Pérennes, S., 25  
Perarnau, G., 19  
Peters, J., 14  
Pierron, T., 20  
Pirot, F., 18  
Planche, L., 12  
Ratel, S., 11  
Raymond, J.-F., 15  
Sahu, A., 16  
Sau, I., 5  
Saurabh, S., 16  
Schoeters, J., 14  
Senhaji, M., 9  
Sereni, J.S., 18  
Sopena, É., 9  
Soták, R., 21  
Suzuki, A., 32  
Thiebaut, J., 16, 23  
Uno, T., 33  
Watrigan, R., 28  
Weller, M., 22, 31  
Zehavi, M., 16

