

Domination éternelle sur les graphes dirigés et orientations de graphes

JGA 2018

Guillaume Bagan, Alice Joffard, Hamamache Kheddouci

15 novembre 2018



Domination éternelle

Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)

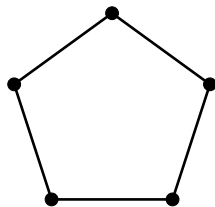
Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)

D: ●

A: ●



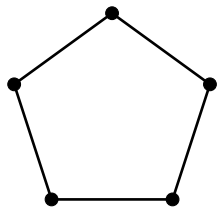
Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.

D: ●

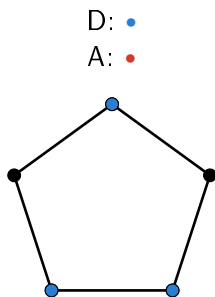
A: ●



Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

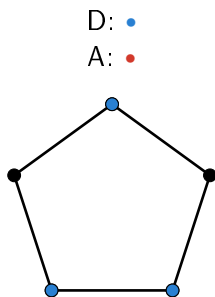
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.



Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

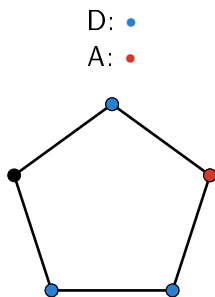
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.



Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

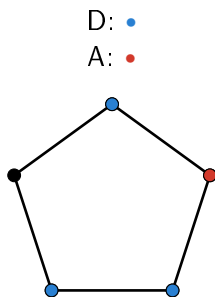
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.



Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

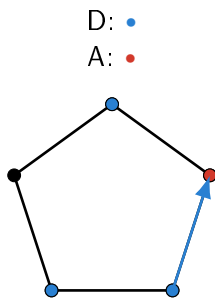
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.
- ▶ Défense: D déplace un garde sur le sommet attaqué. Les autres ne bougent pas.



Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

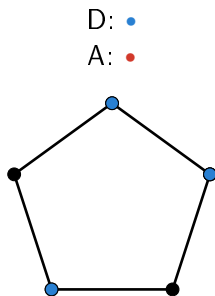
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.
- ▶ Défense: D déplace un garde sur le sommet attaqué. Les autres ne bougent pas.



Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

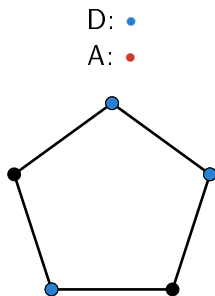
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.
- ▶ Défense: D déplace un garde sur le sommet attaqué. Les autres ne bougent pas.



Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

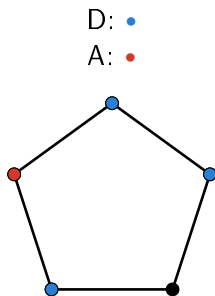
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.
- ▶ Défense: D déplace un garde sur le sommet attaqué. Les autres ne bougent pas.
- ▶ Les phases d'attaque et de défense sont répétées éternellement.



Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

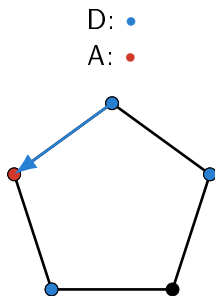
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.
- ▶ Défense: D déplace un garde sur le sommet attaqué. Les autres ne bougent pas.
- ▶ Les phases d'attaque et de défense sont répétées éternellement.



Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

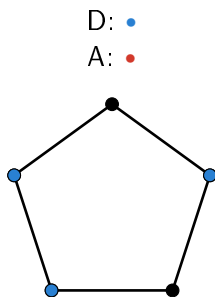
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.
- ▶ Défense: D déplace un garde sur le sommet attaqué. Les autres ne bougent pas.
- ▶ Les phases d'attaque et de défense sont répétées éternellement.



Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

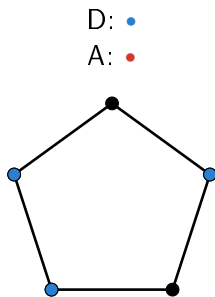
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.
- ▶ Défense: D déplace un garde sur le sommet attaqué. Les autres ne bougent pas.
- ▶ Les phases d'attaque et de défense sont répétées éternellement.



m-Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

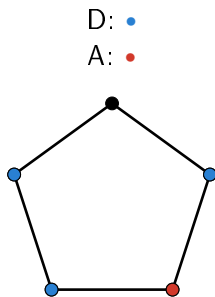
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.
- ▶ Défense: D déplace un garde sur le sommet attaqué. **Les autres peuvent aussi bouger.**
- ▶ Les phases d'attaque et de défense sont répétées éternellement.



m-Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

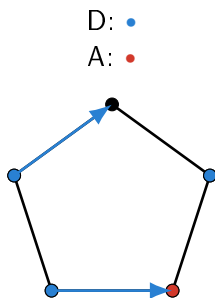
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.
- ▶ Défense: D déplace un garde sur le sommet attaqué. **Les autres peuvent aussi bouger.**
- ▶ Les phases d'attaque et de défense sont répétées éternellement.



m-Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

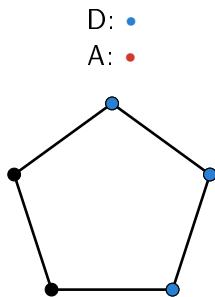
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.
- ▶ Défense: D déplace un garde sur le sommet attaqué. **Les autres peuvent aussi bouger.**
- ▶ Les phases d'attaque et de défense sont répétées éternellement.



m-Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

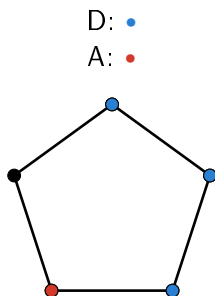
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.
- ▶ Défense: D déplace un garde sur le sommet attaqué. **Les autres peuvent aussi bouger.**
- ▶ Les phases d'attaque et de défense sont répétées éternellement.



m-Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

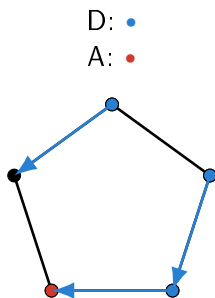
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.
- ▶ Défense: D déplace un garde sur le sommet attaqué. **Les autres peuvent aussi bouger.**
- ▶ Les phases d'attaque et de défense sont répétées éternellement.



m-Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

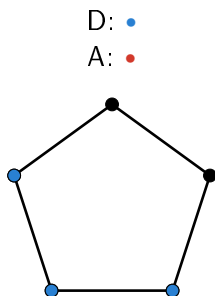
- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.
- ▶ Défense: D déplace un garde sur le sommet attaqué. **Les autres peuvent aussi bouger.**
- ▶ Les phases d'attaque et de défense sont répétées éternellement.



m-Domination éternelle

Q: Peut-on éternellement défendre un graphe ?

- ▶ Sur un graphe G , deux joueurs: le défenseur (D), l'attaquant (A)
- ▶ D choisit un ensemble de sommets où mettre ses **gardes**.
- ▶ Attaque : A choisit un sommet.
- ▶ Défense: D déplace un garde sur le sommet attaqué. **Les autres peuvent aussi bouger.**
- ▶ Les phases d'attaque et de défense sont répétées éternellement.



Definitions

Definitions

Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

$(\gamma_m^\infty(G))$: nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

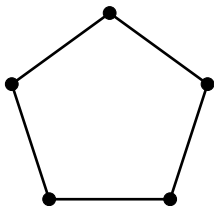
Definitions

Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

$(\gamma_m^\infty(G))$: nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:



Definitions

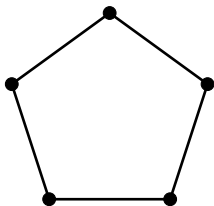
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination éternelle sur C_5 avec 2 gardes



Definitions

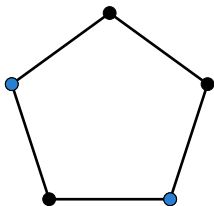
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination éternelle sur C_5 avec 2 gardes



Definitions

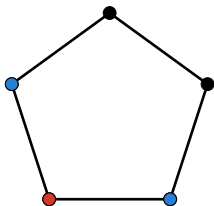
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination éternelle sur C_5 avec 2 gardes



Definitions

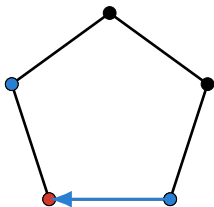
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

$(\gamma_m^\infty(G))$: nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination éternelle sur C_5 avec 2 gardes



Definitions

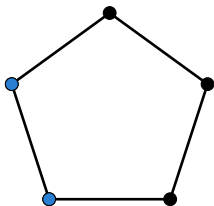
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination éternelle sur C_5 avec 2 gardes



Definitions

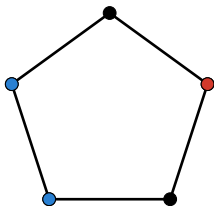
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

$(\gamma_m^\infty(G))$: nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination éternelle sur C_5 avec 2 gardes



Definitions

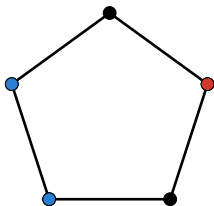
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination éternelle sur C_5 avec 2 gardes: A gagne



Definitions

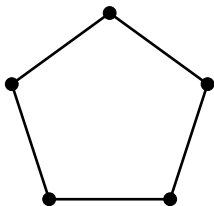
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

$(\gamma_m^\infty(G))$: nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination éternelle sur C_5 avec 3 gardes



Definitions

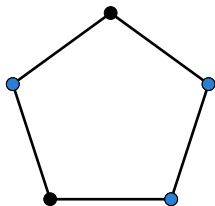
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination éternelle sur C_5 avec 3 gardes



Definitions

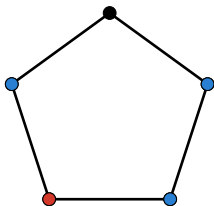
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

$(\gamma_m^\infty(G))$: nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination éternelle sur C_5 avec 3 gardes



Definitions

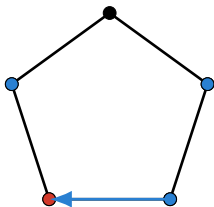
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination éternelle sur C_5 avec 3 gardes



Definitions

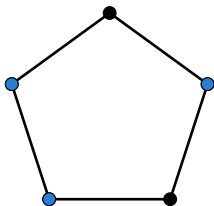
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination éternelle sur C_5 avec 3 gardes



Definitions

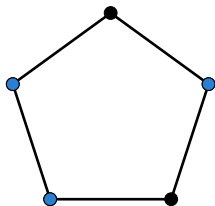
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination éternelle sur C_5 avec 3 gardes: D gagne



Definitions

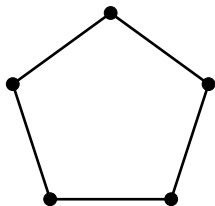
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination éternelle sur C_5 avec 3 gardes: D gagne



$$\gamma^\infty(C_5) = 3$$

Definitions

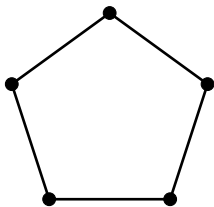
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination m-éternelle sur C_5 avec 1 garde: A gagne



$$\gamma^\infty(C_5) = 3$$

Definitions

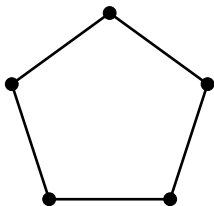
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination m-éternelle sur C_5 avec 2 gardes



$$\gamma^\infty(C_5) = 3$$

Definitions

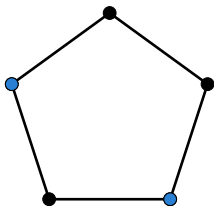
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination m-éternelle sur C_5 avec 2 gardes



$$\gamma^\infty(C_5) = 3$$

Definitions

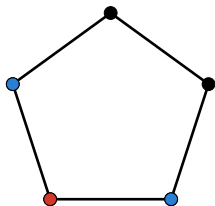
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination m-éternelle sur C_5 avec 2 gardes



$$\gamma^\infty(C_5) = 3$$

Definitions

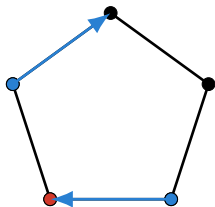
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination m-éternelle sur C_5 avec 2 gardes



$$\gamma^\infty(C_5) = 3$$

Definitions

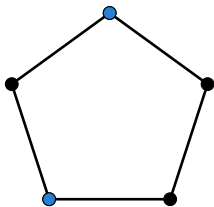
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination m-éternelle sur C_5 avec 2 gardes



$$\gamma^\infty(C_5) = 3$$

Definitions

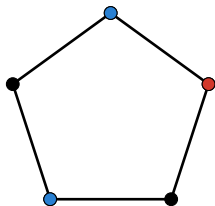
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination m-éternelle sur C_5 avec 2 gardes



$$\gamma^\infty(C_5) = 3$$

Definitions

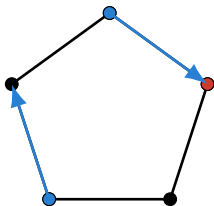
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination m-éternelle sur C_5 avec 2 gardes



$$\gamma^\infty(C_5) = 3$$

Definitions

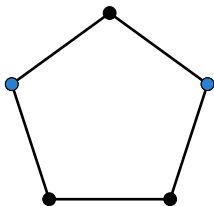
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination m-éternelle sur C_5 avec 2 gardes



$$\gamma^\infty(C_5) = 3$$

Definitions

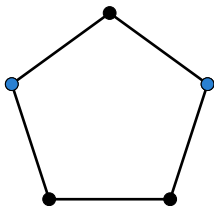
Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

($\gamma_m^\infty(G)$): nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:

domination m-éternelle sur C_5 avec 2 gardes: D gagne



$$\gamma^\infty(C_5) = 3$$

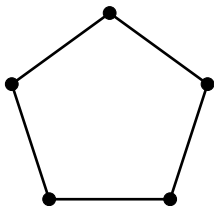
Definitions

Definition

Nombre de domination éternelle (m-éternelle) $\gamma^\infty(G)$

$(\gamma_m^\infty(G))$: nombre minimum de gardes nécessaire au défenseur pour gagner.

Exemple:



$$\gamma^\infty(C_5) = 3$$

$$\gamma_m^\infty(C_5) = 2$$

Etat de l'art

Etat de l'art

- ▶ Introduction de la domination éternelle: Burger et al, 2004.

Etat de l'art

- ▶ Introduction de la domination éternelle: Burger et al, 2004.
- ▶ Introduction de la domination m-éternelle: Goddard et al, 2005.

Etat de l'art

- ▶ Introduction de la domination éternelle: Burger et al, 2004.
- ▶ Introduction de la domination m-éternelle: Goddard et al, 2005.
- ▶ Etude des paramètres sur les cliques, les graphes complets bipartis, les cycles, les grilles...

Etat de l'art

- ▶ Introduction de la domination éternelle: Burger et al, 2004.
- ▶ Introduction de la domination m-éternelle: Goddard et al, 2005.
- ▶ Etude des paramètres sur les cliques, les graphes complets bipartis, les cycles, les grilles...
- ▶ Bornes générales pour les deux paramètres:

Etat de l'art

- ▶ Introduction de la domination éternelle: Burger et al, 2004.
- ▶ Introduction de la domination m-éternelle: Goddard et al, 2005.
- ▶ Etude des paramètres sur les cliques, les graphes complets bipartis, les cycles, les grilles...
- ▶ Bornes générales pour les deux paramètres:

Théorème (Burger 04, Goddard 05, Klostermeyer 07)

$\gamma(G) \leq \gamma_m^\infty(G) \leq \alpha(G) \leq \gamma^\infty(G) \leq \binom{\alpha(G)+1}{2}$ où γ est le nombre de domination et α le nombre d'indépendance.

Théorème (Burger et al 04)

$\gamma^\infty(G) \leq \theta(G)$ où θ est la taille d'une couverture par cliques minimale.

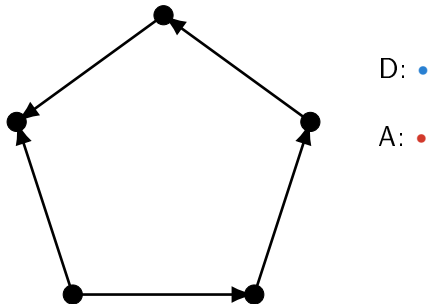
Domination éternelle et m-éternelle sur les graphes dirigés

Domination éternelle et m-éternelle sur les graphes dirigés

Les gardes se déplacent selon la direction des arcs.

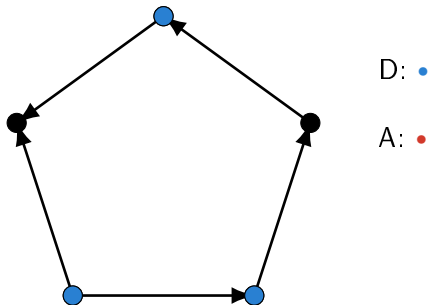
Domination éternelle et m-éternelle sur les graphes dirigés

Les gardes se déplacent selon la direction des arcs.



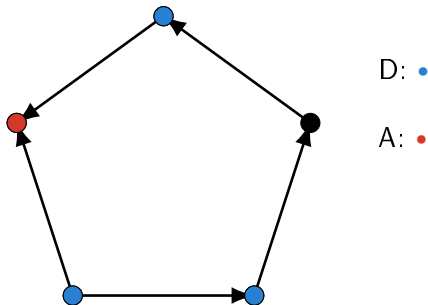
Domination éternelle et m-éternelle sur les graphes dirigés

Les gardes se déplacent selon la direction des arcs.



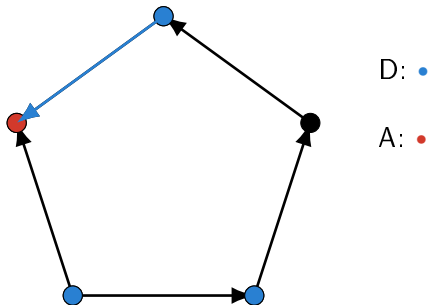
Domination éternelle et m-éternelle sur les graphes dirigés

Les gardes se déplacent selon la direction des arcs.



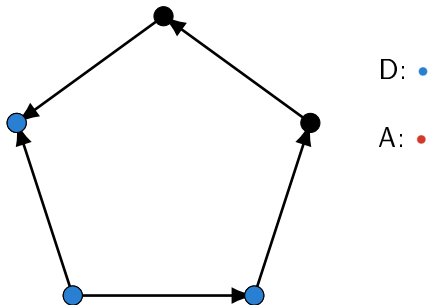
Domination éternelle et m-éternelle sur les graphes dirigés

Les gardes se déplacent selon la direction des arcs.



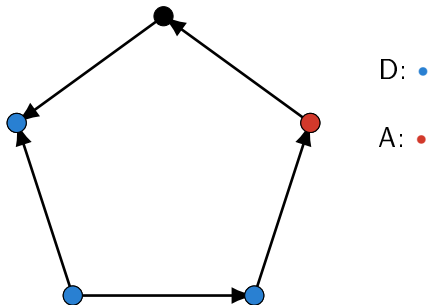
Domination éternelle et m-éternelle sur les graphes dirigés

Les gardes se déplacent selon la direction des arcs.



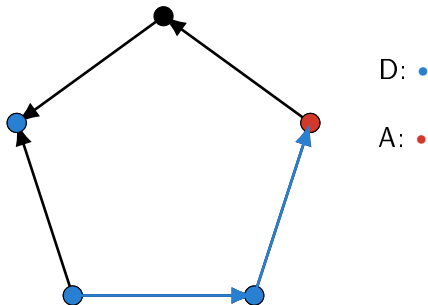
Domination éternelle et m-éternelle sur les graphes dirigés

Les gardes se déplacent selon la direction des arcs.



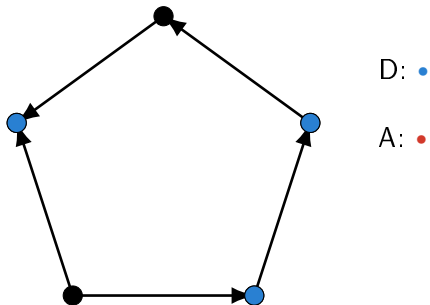
Domination éternelle et m-éternelle sur les graphes dirigés

Les gardes se déplacent selon la direction des arcs.



Domination éternelle et m-éternelle sur les graphes dirigés

Les gardes se déplacent selon la direction des arcs.



Bornes générales

Bornes générales

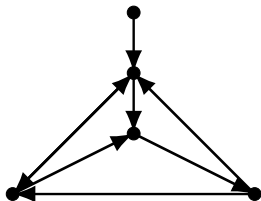
Definition

$\alpha(D)$: ordre du plus grand sous-graphe induit acyclique de D .

Bornes générales

Definition

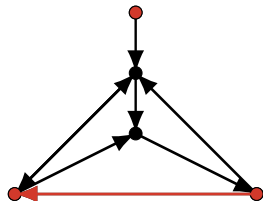
$\alpha(D)$: ordre du plus grand sous-graphe induit acyclique de D .



Bornes générales

Definition

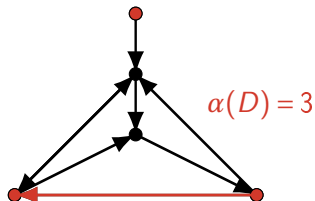
$\alpha(D)$: ordre du plus grand sous-graphe induit acyclique de D .



Bornes générales

Definition

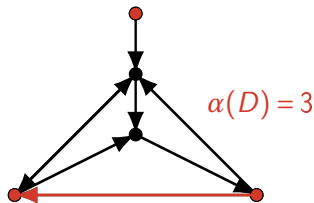
$\alpha(D)$: ordre du plus grand sous-graphe induit acyclique de D .



Bornes générales

Definition

$\alpha(D)$: ordre du plus grand sous-graphe induit acyclique de D .



Théorème

$$\gamma(D) \leq \gamma_m^\infty(D) \leq \alpha(D) \leq \gamma^\infty(D) \leq \binom{\alpha(D) + 1}{2}.$$

Domination (m-)éternelle orientée

Domination (m-)éternelle orientée

Principe: Orienter G pour minimiser son nombre de domination (m-)éternelle.

Domination (m-)éternelle orientée

Principe: Orienter G pour minimiser son nombre de domination (m-)éternelle.

Definition

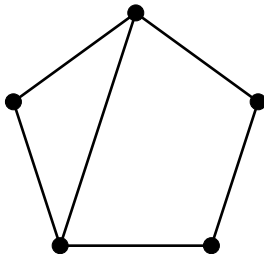
$\vec{\gamma}^\infty(G), \vec{\gamma}_m^\infty(G), \vec{\alpha}(G)$: minimum, sur toutes les orientations D possibles de G , de $\gamma^\infty(D), \gamma_m^\infty(D)$ et $\alpha(D)$.

Domination (m-)éternelle orientée

Principe: Orienter G pour minimiser son nombre de domination (m-)éternelle.

Definition

$\vec{\gamma}^\infty(G), \vec{\gamma}_m^\infty(G), \vec{\alpha}(G)$: minimum, sur toutes les orientations D possibles de G , de $\gamma^\infty(D), \gamma_m^\infty(D)$ et $\alpha(D)$.

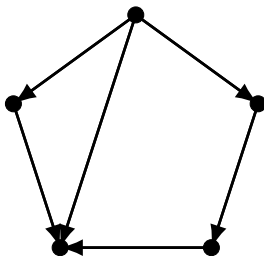


Domination (m-)éternelle orientée

Principe: Orienter G pour minimiser son nombre de domination (m-)éternelle.

Definition

$\vec{\gamma}^\infty(G), \vec{\gamma}_m^\infty(G), \vec{\alpha}(G)$: minimum, sur toutes les orientations D possibles de G , de $\gamma^\infty(D), \gamma_m^\infty(D)$ et $\alpha(D)$.



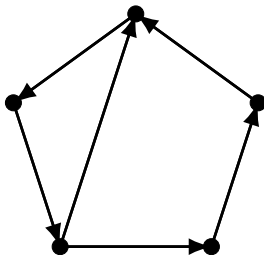
$$\gamma^\infty(\vec{G}) = 5$$

Domination (m-)éternelle orientée

Principe: Orienter G pour minimiser son nombre de domination (m-)éternelle.

Definition

$\vec{\gamma}^\infty(G), \vec{\gamma}_m^\infty(G), \vec{\alpha}(G)$: minimum, sur toutes les orientations D possibles de G , de $\gamma^\infty(D), \gamma_m^\infty(D)$ et $\alpha(D)$.



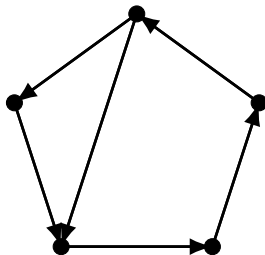
$$\gamma^\infty(\vec{G}) = 4$$

Domination (m-)éternelle orientée

Principe: Orienter G pour minimiser son nombre de domination (m-)éternelle.

Definition

$\vec{\gamma}^\infty(G), \vec{\gamma}_m^\infty(G), \vec{\alpha}(G)$: minimum, sur toutes les orientations D possibles de G , de $\gamma^\infty(D), \gamma_m^\infty(D)$ et $\alpha(D)$.



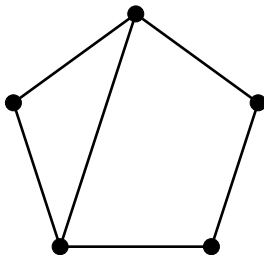
$$\gamma^\infty(\vec{G}) = 4$$

Domination (m-)éternelle orientée

Principe: Orienter G pour minimiser son nombre de domination (m-)éternelle.

Definition

$\vec{\gamma}^\infty(G), \vec{\gamma}_m^\infty(G), \vec{\alpha}(G)$: minimum, sur toutes les orientations D possibles de G , de $\gamma^\infty(D), \gamma_m^\infty(D)$ et $\alpha(D)$.



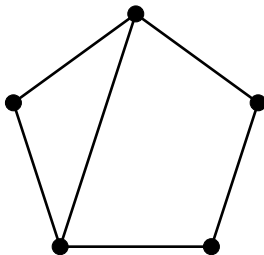
$$\vec{\gamma}^\infty(G) = 4$$

Domination (m-)éternelle orientée

Principe: Orienter G pour minimiser son nombre de domination (m-)éternelle.

Definition

$\vec{\gamma}^\infty(G), \vec{\gamma}_m^\infty(G), \vec{\alpha}(G)$: minimum, sur toutes les orientations D possibles de G , de $\gamma^\infty(D), \gamma_m^\infty(D)$ et $\alpha(D)$.



Proposition

Pour G un graphe avec au moins une arête,
 $\gamma(G) \leq \alpha(G) < \vec{\alpha}(G) \leq \vec{\gamma}^\infty(G)$.

Forêts

Forêts

Théorème

Soit G un graphe d'ordre n . Alors, $\overrightarrow{\gamma}^\infty(G) = n$ ssi $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = n$ ssi G est une forêt.

Forêts

Théorème

Soit G un graphe d'ordre n . Alors, $\overrightarrow{\gamma}^\infty(G) = n$ ssi $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = n$ ssi G est une forêt.

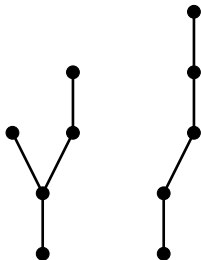
Preuve:

Forêts

Théorème

Soit G un graphe d'ordre n . Alors, $\overrightarrow{\gamma}^\infty(G) = n$ ssi $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = n$ ssi G est une forêt.

Preuve:

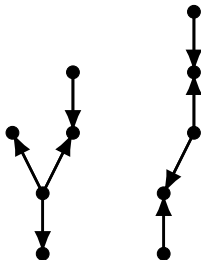


Forêts

Théorème

Soit G un graphe d'ordre n . Alors, $\overrightarrow{\gamma}^\infty(G) = n$ ssi $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = n$ ssi G est une forêt.

Preuve:

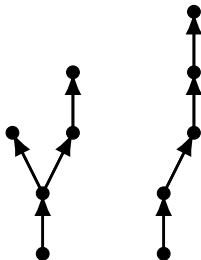


Forêts

Théorème

Soit G un graphe d'ordre n . Alors, $\overrightarrow{\gamma}^\infty(G) = n$ ssi $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = n$ ssi G est une forêt.

Preuve:

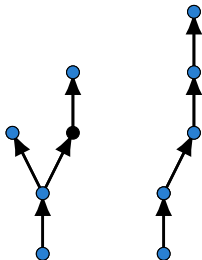


Forêts

Théorème

Soit G un graphe d'ordre n . Alors, $\overrightarrow{\gamma}^\infty(G) = n$ ssi $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = n$ ssi G est une forêt.

Preuve:

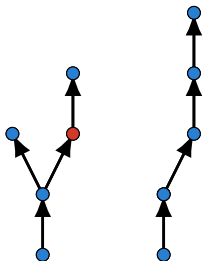


Forêts

Théorème

Soit G un graphe d'ordre n . Alors, $\overrightarrow{\gamma}^\infty(G) = n$ ssi $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = n$ ssi G est une forêt.

Preuve:

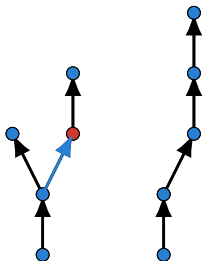


Forêts

Théorème

Soit G un graphe d'ordre n . Alors, $\overrightarrow{\gamma}^\infty(G) = n$ ssi $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = n$ ssi G est une forêt.

Preuve:

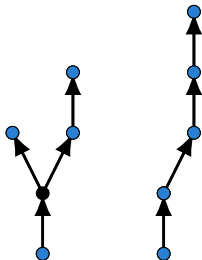


Forêts

Théorème

Soit G un graphe d'ordre n . Alors, $\overrightarrow{\gamma}^\infty(G) = n$ ssi $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = n$ ssi G est une forêt.

Preuve:

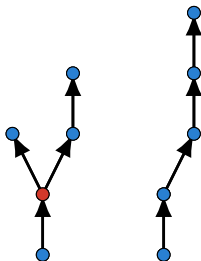


Forêts

Théorème

Soit G un graphe d'ordre n . Alors, $\overrightarrow{\gamma}^\infty(G) = n$ ssi $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = n$ ssi G est une forêt.

Preuve:

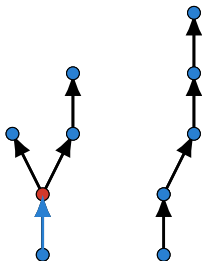


Forêts

Théorème

Soit G un graphe d'ordre n . Alors, $\overrightarrow{\gamma}^\infty(G) = n$ ssi $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = n$ ssi G est une forêt.

Preuve:

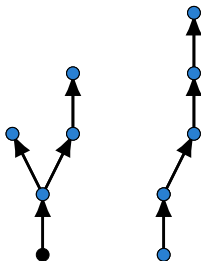


Forêts

Théorème

Soit G un graphe d'ordre n . Alors, $\overrightarrow{\gamma}^\infty(G) = n$ ssi $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = n$ ssi G est une forêt.

Preuve:

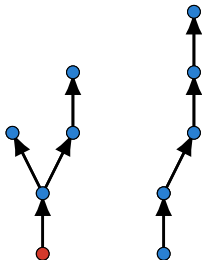


Forêts

Théorème

Soit G un graphe d'ordre n . Alors, $\overrightarrow{\gamma}^\infty(G) = n$ ssi $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = n$ ssi G est une forêt.

Preuve:



Cycles

Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n - 1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n - 1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

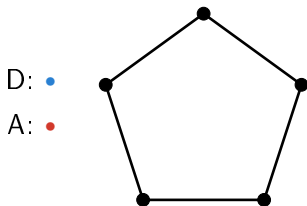
Preuve:

Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n - 1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

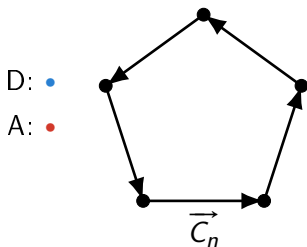


Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n - 1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:



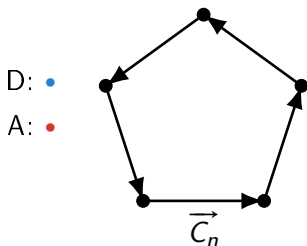
Cycles

Théorème

$\vec{\gamma}^\infty(C_n) = n-1$ et $\vec{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

$$\vec{\alpha}(C_n) = n-1$$



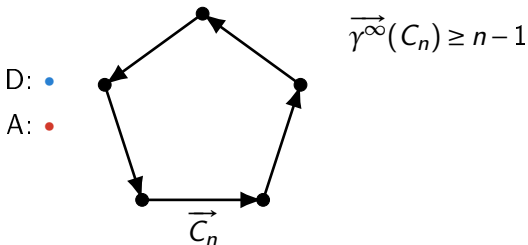
Cycles

Théorème

$\vec{\gamma}^\infty(C_n) = n-1$ et $\vec{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

$$\vec{\alpha}(C_n) = n-1$$



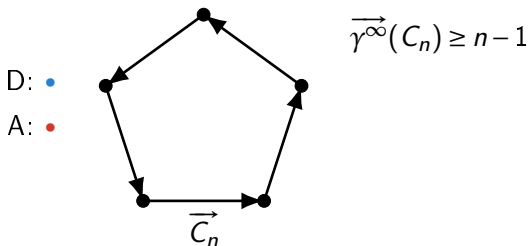
Cycles

Théorème

$\vec{\gamma}^\infty(C_n) = n-1$ et $\vec{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

domination éternelle sur \vec{C}_n avec $n-1$ gardes



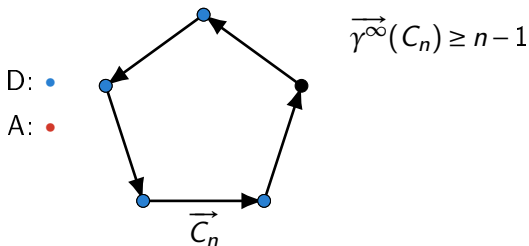
Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n-1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

domination éternelle sur \overrightarrow{C}_n avec $n-1$ gardes



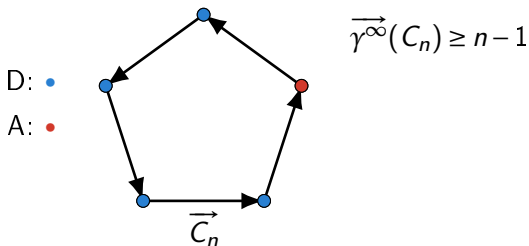
Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n-1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

domination éternelle sur \overrightarrow{C}_n avec $n-1$ gardes



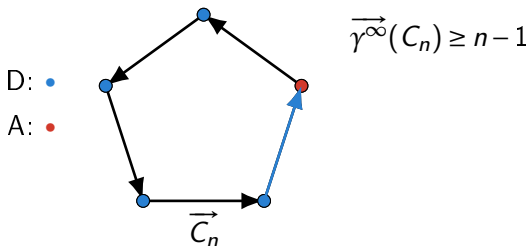
Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n-1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

domination éternelle sur \overrightarrow{C}_n avec $n-1$ gardes



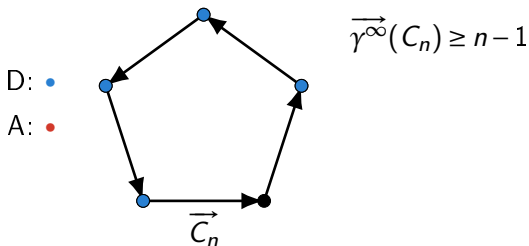
Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n-1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

domination éternelle sur \overrightarrow{C}_n avec $n-1$ gardes



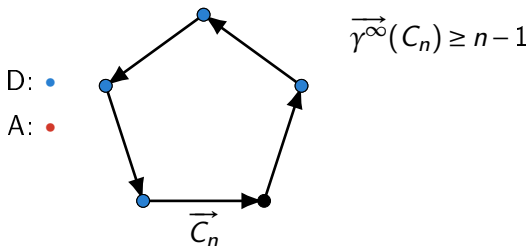
Cycles

Théorème

$\vec{\gamma}^\infty(C_n) = n-1$ et $\vec{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

domination éternelle sur \vec{C}_n avec $n-1$ gardes : D gagne

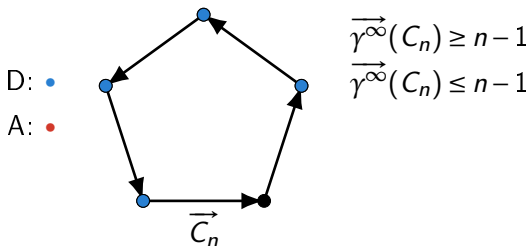


Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n-1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:



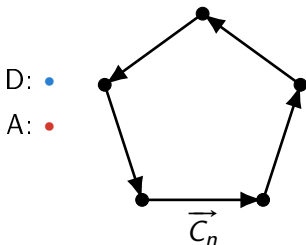
Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n-1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

$$\gamma(\overrightarrow{C}_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$$



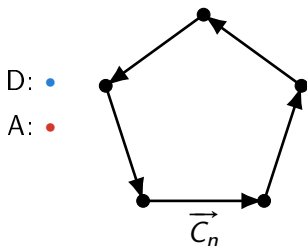
$$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) \geq n-1$$
$$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) \leq n-1$$

Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n - 1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:



$$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) \geq n - 1$$

$$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) \leq n - 1$$

$$\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) \geq \lceil \frac{n}{2} \rceil$$

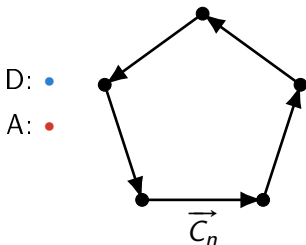
Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n - 1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

domination m-éternelle sur \overrightarrow{C}_n avec $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ gardes



$$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) \geq n - 1$$

$$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) \leq n - 1$$

$$\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) \geq \lceil \frac{n}{2} \rceil$$

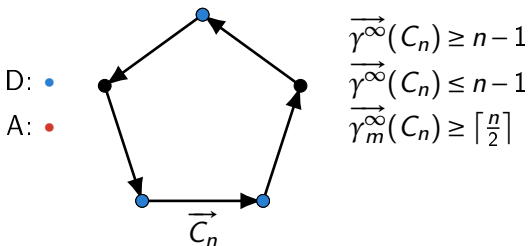
Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n - 1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

domination m-éternelle sur \overrightarrow{C}_n avec $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ gardes



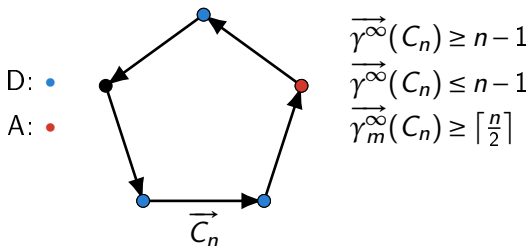
Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n - 1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

domination m-éternelle sur \overrightarrow{C}_n avec $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ gardes



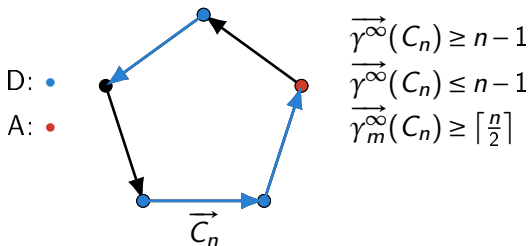
Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n-1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

domination m-éternelle sur \overrightarrow{C}_n avec $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ gardes



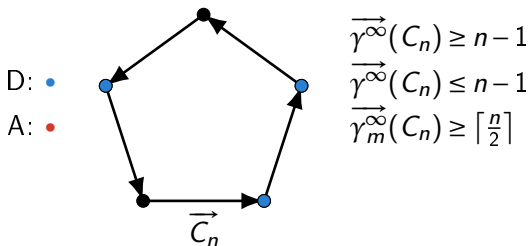
Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n - 1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

domination m-éternelle sur \overrightarrow{C}_n avec $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ gardes



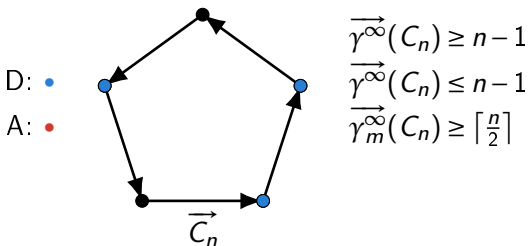
Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n-1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

domination m-éternelle sur \overrightarrow{C}_n avec $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ gardes: D gagne



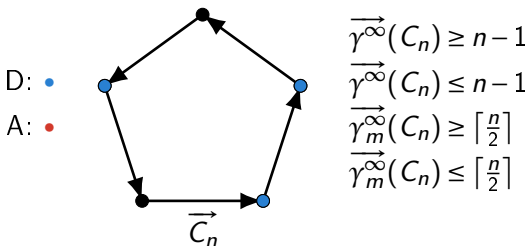
Cycles

Théorème

$\overrightarrow{\gamma}^\infty(C_n) = n - 1$ et $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$ pour tout $n \geq 3$.

Preuve:

domination m-éternelle sur \overrightarrow{C}_n avec $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ gardes: D gagne



Résultats de difficulté

Résultats de difficulté

Théorème

Décider si $\overrightarrow{\gamma^\infty}(G) \leq k$ est coNP-difficile.

Résultats de difficulté

Théorème

Décider si $\overrightarrow{\gamma^\infty}(G) \leq k$ est coNP-difficile.

Preuve:

Résultats de difficulté

Théorème

Décider si $\overrightarrow{\gamma^\infty}(G) \leq k$ est coNP-difficile.

Preuve:

Décider si $\gamma^\infty(G) \leq k$ est coNP-difficile \rightarrow Réduction

Résultats de difficulté

Théorème

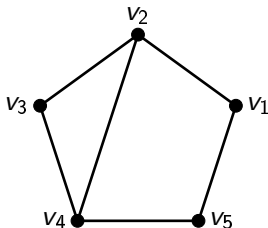
Décider si $\overrightarrow{\gamma^\infty}(G) \leq k$ est coNP-difficile.

Preuve:

Décider si $\gamma^\infty(G) \leq k$ est coNP-difficile \rightarrow Réduction

Definition

Pour un graphe G , soit $C(G)$ le graphe obtenu en ajoutant à G un sommet par arête et en le connectant aux deux extrémités.



Résultats de difficulté

Théorème

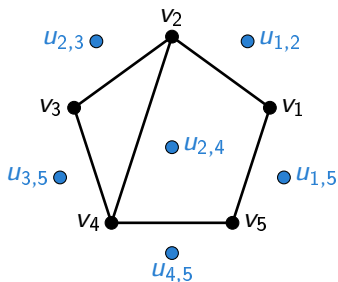
Décider si $\overrightarrow{\gamma^\infty}(G) \leq k$ est coNP-difficile.

Preuve:

Décider si $\gamma^\infty(G) \leq k$ est coNP-difficile \rightarrow Réduction

Definition

Pour un graphe G , soit $C(G)$ le graphe obtenu en ajoutant à G un sommet par arête et en le connectant aux deux extrémités.



Résultats de difficulté

Théorème

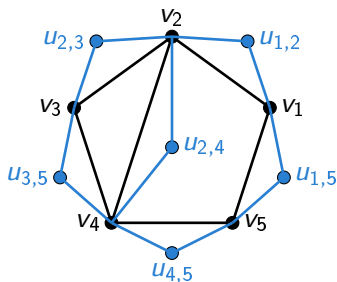
Décider si $\overrightarrow{\gamma^\infty}(G) \leq k$ est coNP-difficile.

Preuve:

Décider si $\gamma^\infty(G) \leq k$ est coNP-difficile \rightarrow Réduction

Definition

Pour un graphe G , soit $C(G)$ le graphe obtenu en ajoutant à G un sommet par arête et en le connectant aux deux extrémités.



Résultats de difficulté

Théorème

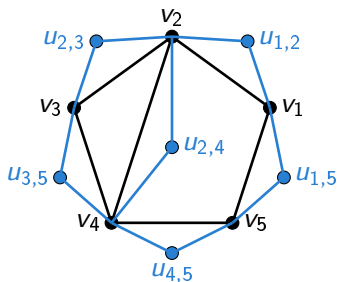
Décider si $\overrightarrow{\gamma^\infty}(G) \leq k$ est coNP-difficile.

Preuve:

Décider si $\gamma^\infty(G) \leq k$ est coNP-difficile \rightarrow Réduction

Definition

Pour un graphe G , soit $C(G)$ le graphe obtenu en ajoutant à G un sommet par arête et en le connectant aux deux extrémités.

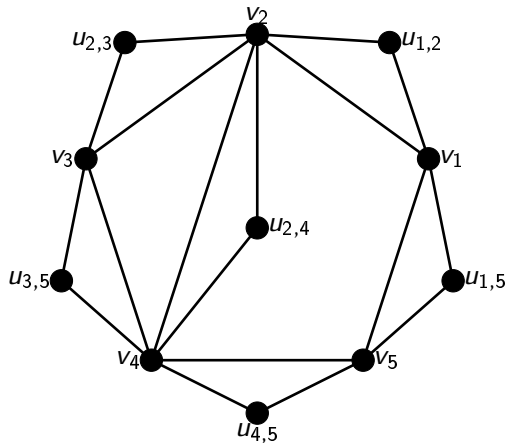


Lemme

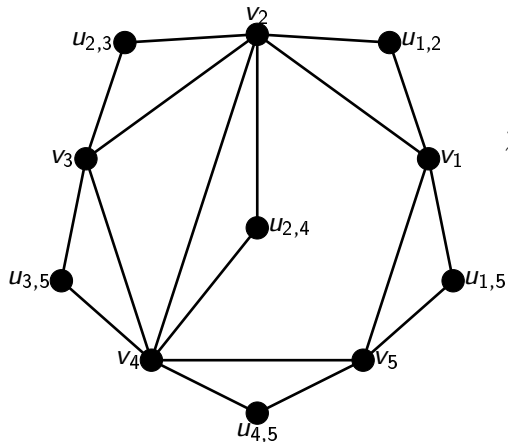
Pour G un graphe non dirigé à m arêtes, $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$.

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$

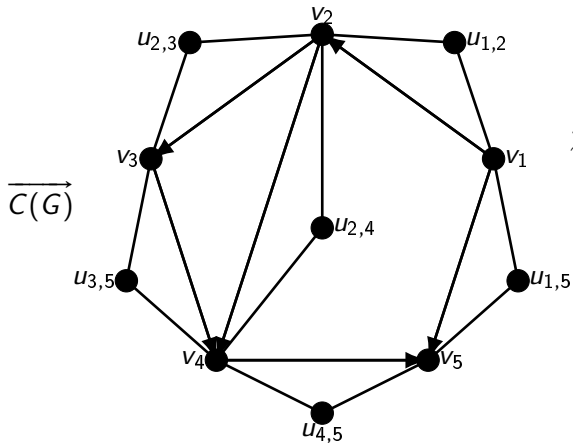


Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$



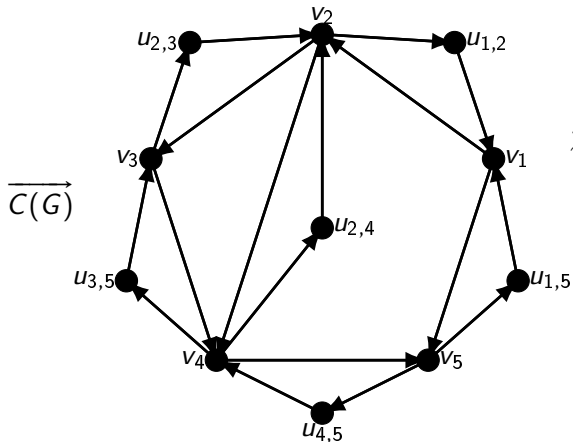
$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$



$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

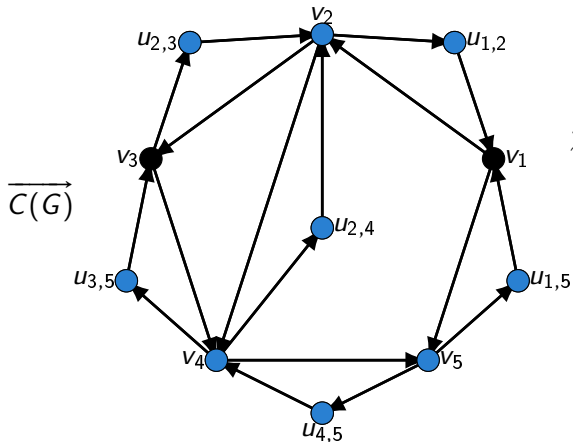
Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$



$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \overrightarrow{\gamma^\infty}(G) + m$

domination éternelle sur $\overrightarrow{C(G)}$ avec $\gamma^\infty(G) + m$ gardes

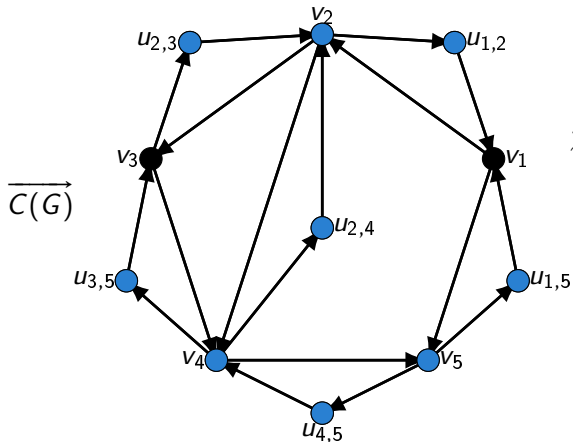


$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \overrightarrow{\gamma^\infty}(G) + m$

domination éternelle sur $\overrightarrow{C(G)}$ avec $\gamma^\infty(G) + m$ gardes

Invariant : m gardes défendent les $u_{i,j}$, les autres forment un ensemble éternellement dominant de G .

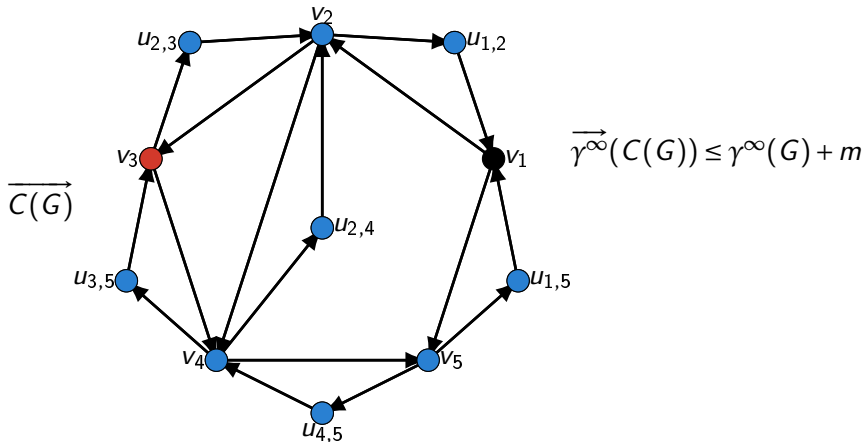


$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \overrightarrow{\gamma^\infty}(G) + m$

domination éternelle sur $\overrightarrow{C(G)}$ avec $\gamma^\infty(G) + m$ gardes

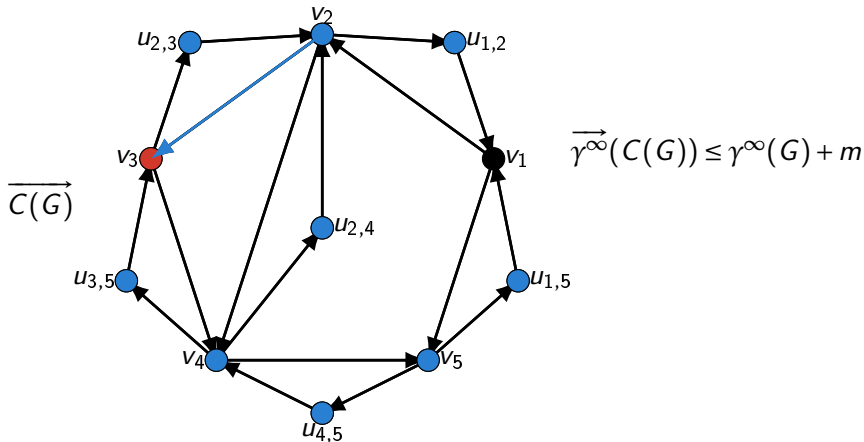
Invariant : m gardes défendent les $u_{i,j}$, les autres forment un ensemble éternellement dominant de G .



Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \overrightarrow{\gamma^\infty}(G) + m$

domination éternelle sur $\overrightarrow{C(G)}$ avec $\gamma^\infty(G) + m$ gardes

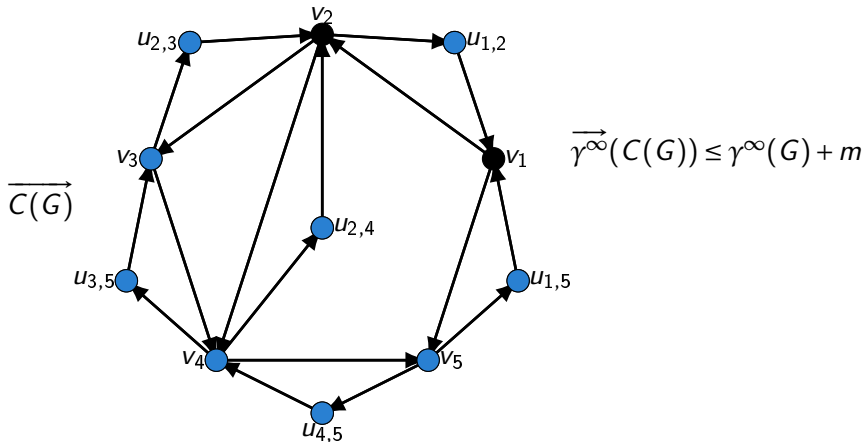
Invariant : m gardes défendent les $u_{i,j}$, les autres forment un ensemble éternellement dominant de G .



Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \overrightarrow{\gamma^\infty}(G) + m$

domination éternelle sur $\overrightarrow{C(G)}$ avec $\gamma^\infty(G) + m$ gardes

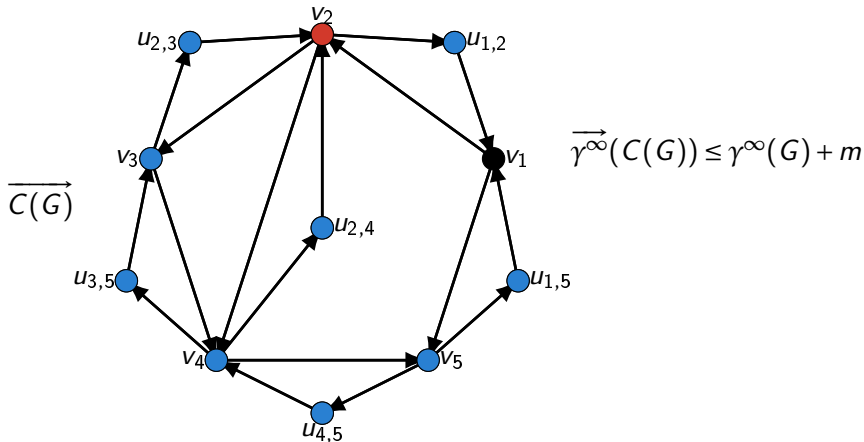
Invariant : m gardes défendent les $u_{i,j}$, les autres forment un ensemble éternellement dominant de G .



Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \overrightarrow{\gamma^\infty}(G) + m$

domination éternelle sur $\overline{C(G)}$ avec $\gamma^\infty(G) + m$ gardes

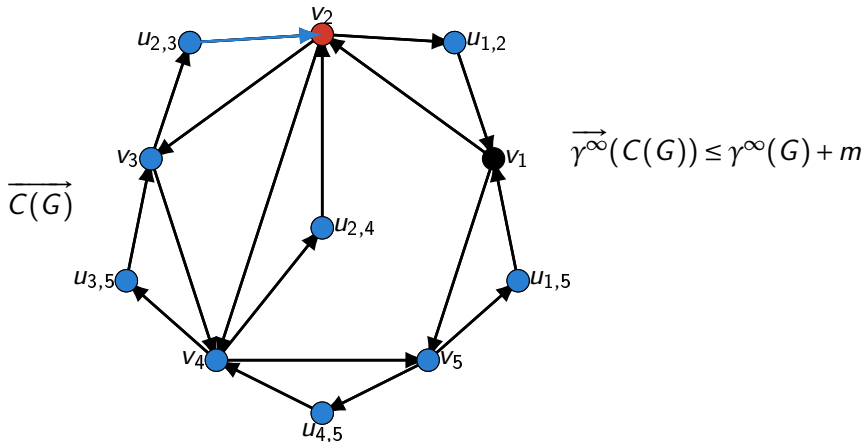
Invariant : m gardes défendent les $u_{i,j}$, les autres forment un ensemble éternellement dominant de G .



Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \overrightarrow{\gamma^\infty}(G) + m$

domination éternelle sur $\overrightarrow{C(G)}$ avec $\gamma^\infty(G) + m$ gardes

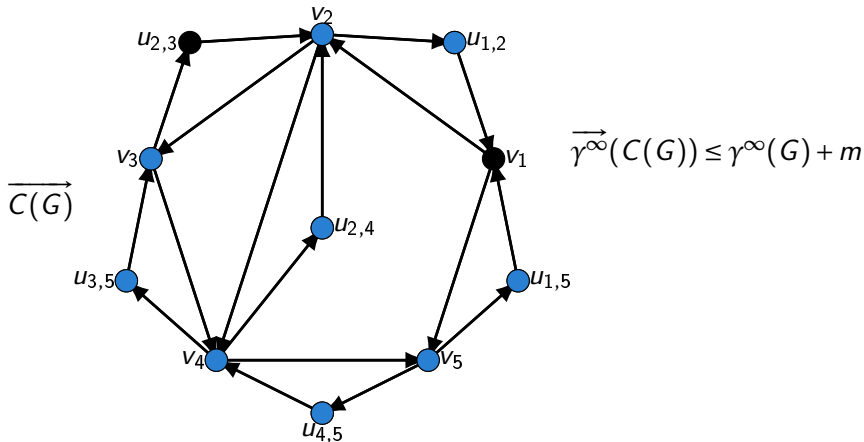
Invariant : m gardes défendent les $u_{i,j}$, les autres forment un ensemble éternellement dominant de G .



Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \overrightarrow{\gamma^\infty}(G) + m$

domination éternelle sur $\overrightarrow{C(G)}$ avec $\gamma^\infty(G) + m$ gardes

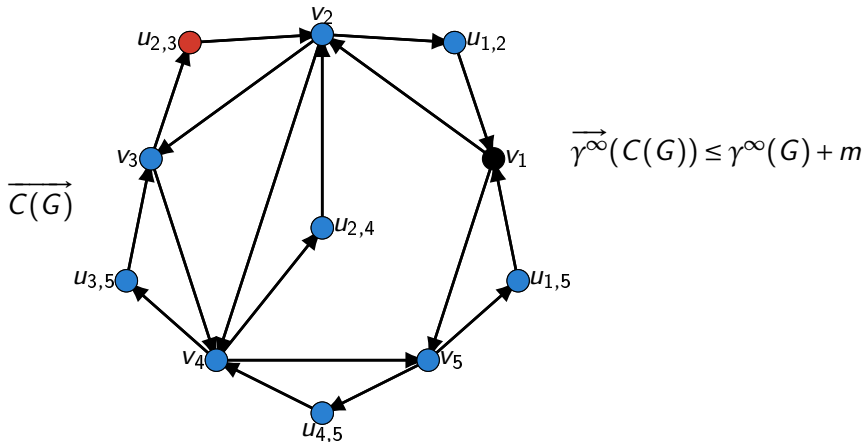
Invariant : m gardes défendent les $u_{i,j}$, les autres forment un ensemble éternellement dominant de G .



Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \overrightarrow{\gamma^\infty}(G) + m$

domination éternelle sur $\overrightarrow{C(G)}$ avec $\gamma^\infty(G) + m$ gardes

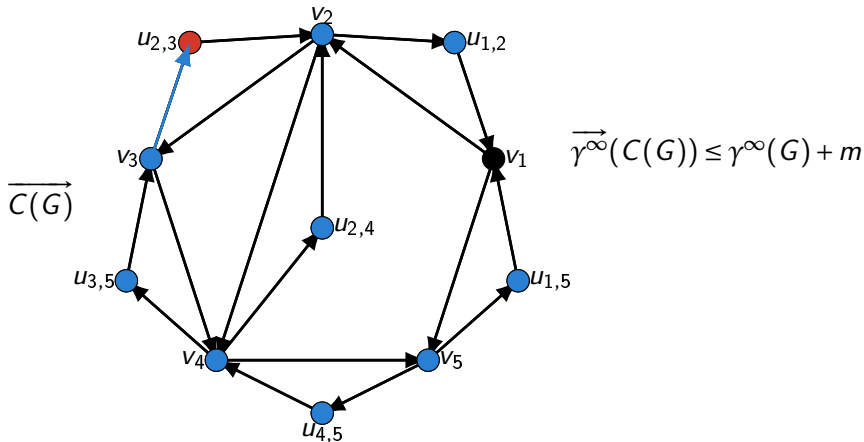
Invariant : m gardes défendent les $u_{i,j}$, les autres forment un ensemble éternellement dominant de G .



Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \overrightarrow{\gamma^\infty}(G) + m$

domination éternelle sur $\overline{C(G)}$ avec $\gamma^\infty(G) + m$ gardes

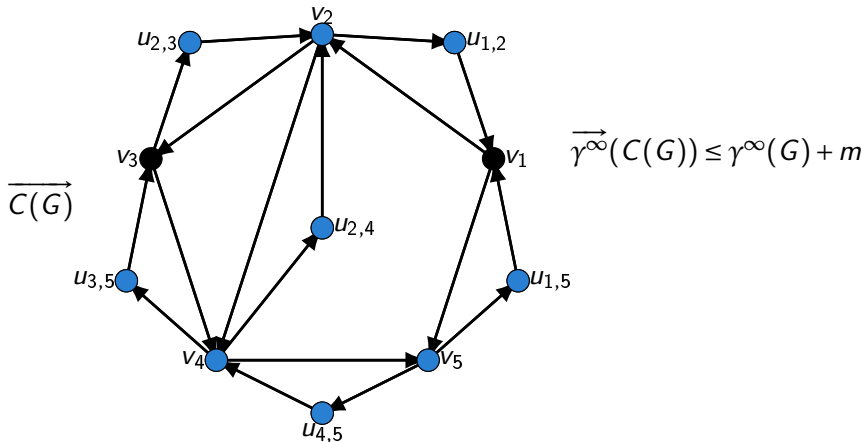
Invariant : m gardes défendent les $u_{i,j}$, les autres forment un ensemble éternellement dominant de G .



Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \overrightarrow{\gamma^\infty}(G) + m$

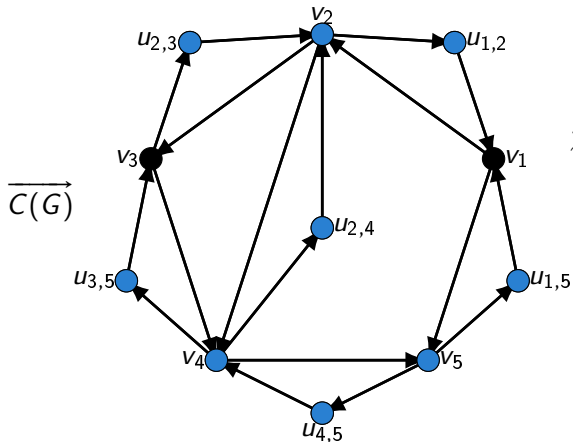
domination éternelle sur $\overline{C(G)}$ avec $\gamma^\infty(G) + m$ gardes

Invariant : m gardes défendent les $u_{i,j}$, les autres forment un ensemble éternellement dominant de G .



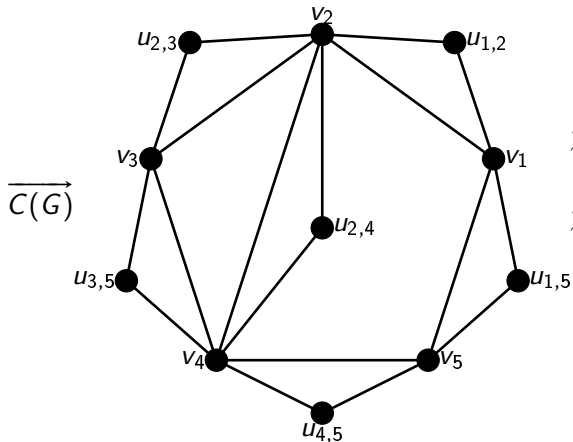
Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \overrightarrow{\gamma^\infty}(G) + m$

domination éternelle sur $\overrightarrow{C(G)}$ avec $\gamma^\infty(G) + m$ gardes: D gagne



$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$

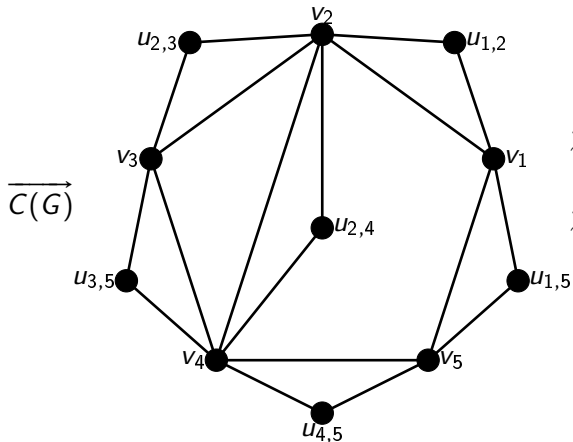


$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \geq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$

domination éternelle sur G avec $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) - m$ gardes

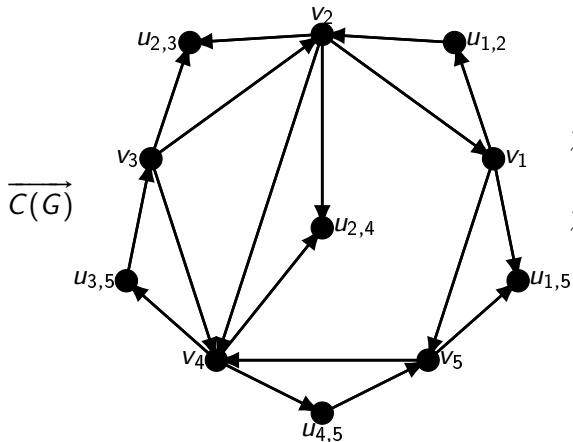


$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \geq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$

domination éternelle sur G avec $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) - m$ gardes

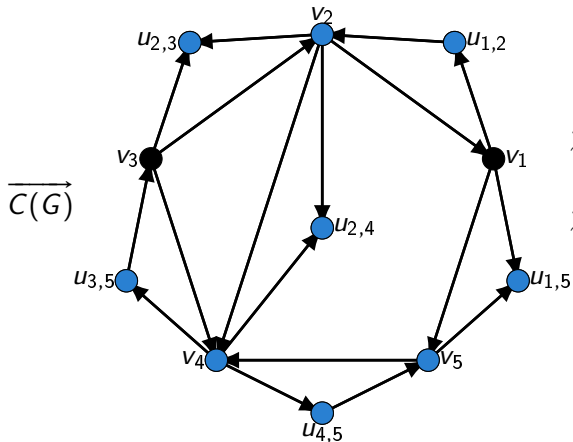


$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \geq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$

domination éternelle sur G avec $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) - m$ gardes

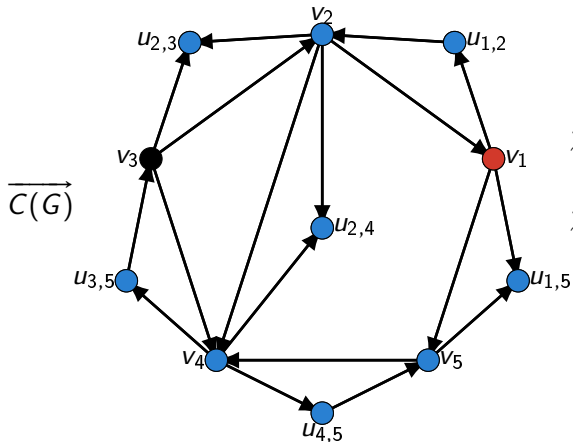


$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \geq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$

domination éternelle sur G avec $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) - m$ gardes

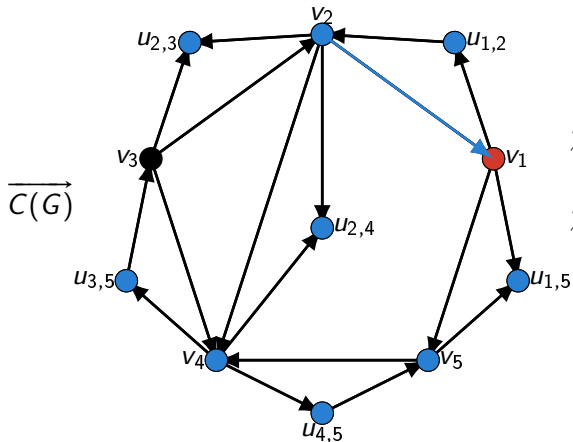


$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \geq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$

domination éternelle sur G avec $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) - m$ gardes

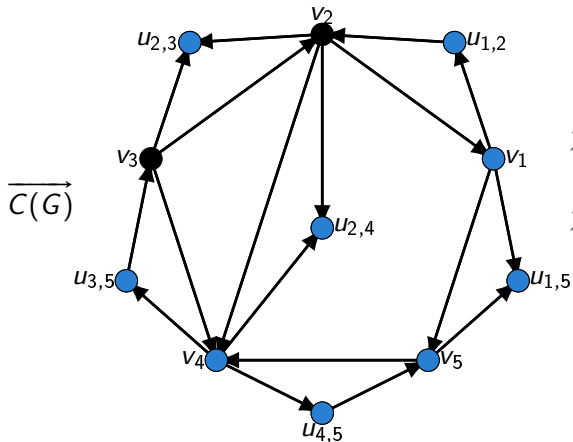


$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \geq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$

domination éternelle sur G avec $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) - m$ gardes

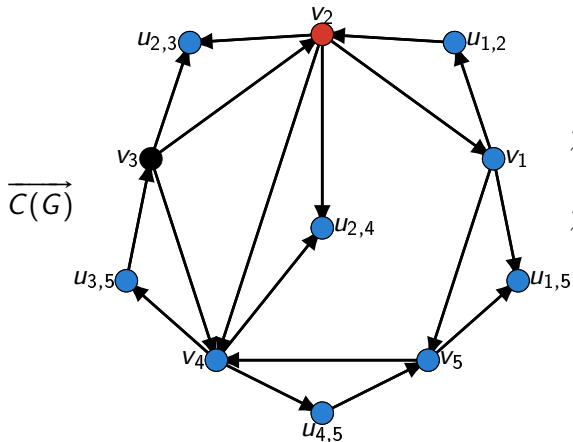


$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \geq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$

domination éternelle sur G avec $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) - m$ gardes

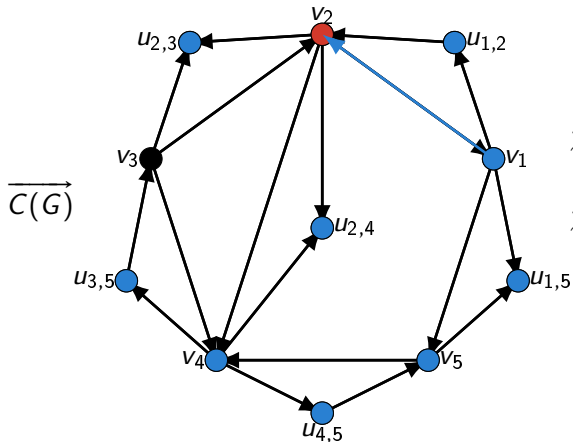


$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \geq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$

domination éternelle sur G avec $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) - m$ gardes

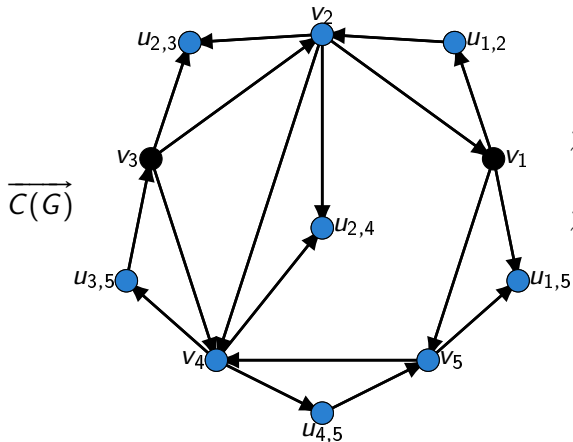


$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \geq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$

domination éternelle sur G avec $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) - m$ gardes

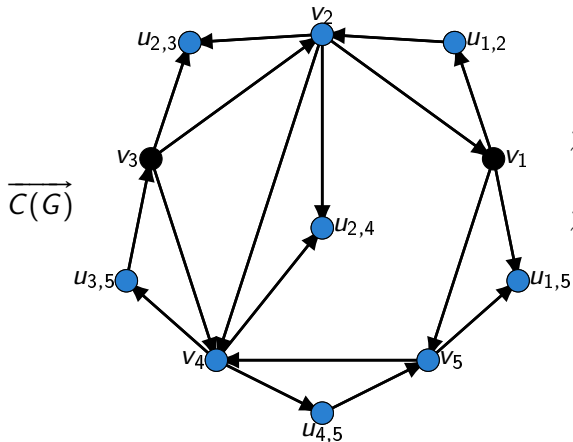


$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \geq \gamma^\infty(G) + m$$

Preuve de $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) = \gamma^\infty(G) + m$

domination éternelle sur G avec $\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) - m$ gardes: D gagne



$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \leq \gamma^\infty(G) + m$$

$$\overrightarrow{\gamma^\infty}(C(G)) \geq \gamma^\infty(G) + m$$

Autres résultats

Autres résultats

- ▶ Caractérisation complète des graphes pour lesquels $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = 2$.

Autres résultats

- ▶ Caractérisation complète des graphes pour lesquels $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = 2$.
- ▶ Valeur exacte de $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty$ et $\overrightarrow{\gamma}^\infty$ pour les bicliques.

Autres résultats

- ▶ Caractérisation complète des graphes pour lesquels $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = 2$.
- ▶ Valeur exacte de $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty$ et $\overrightarrow{\gamma}^\infty$ pour les bicliques.
- ▶ Bornes serrées de $\overrightarrow{\gamma}^\infty$ pour les grilles.

Autres résultats

- ▶ Caractérisation complète des graphes pour lesquels $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = 2$.
- ▶ Valeur exacte de $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty$ et $\overrightarrow{\gamma}^\infty$ pour les bicliques.
- ▶ Bornes serrées de $\overrightarrow{\gamma}^\infty$ pour les grilles.
- ▶ Borne supérieure de $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty$ pour les grilles, grilles toriques et hypergrilles toriques.

Autres résultats

- ▶ Caractérisation complète des graphes pour lesquels $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) = 2$.
- ▶ Valeur exacte de $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty$ et $\overrightarrow{\gamma}^\infty$ pour les bicliques.
- ▶ Bornes serrées de $\overrightarrow{\gamma}^\infty$ pour les grilles.
- ▶ Borne supérieure de $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty$ pour les grilles, grilles toriques et hypergrilles toriques.
- ▶ Valeur exacte des deux paramètres pour les grilles du roi.

Questions ouvertes

Questions ouvertes

- ▶ Y a-t-il un paramètre naturel pour les graphes dirigés qui soit une borne supérieure de γ^∞ comme le nombre de cliques dans une couverture minimale l'est pour les graphes ?

Questions ouvertes

- ▶ Y a-t-il un paramètre naturel pour les graphes dirigés qui soit une borne supérieure de γ^∞ comme le nombre de cliques dans une couverture minimale l'est pour les graphes ?
- ▶ Caractériser les graphes pour lesquels $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty = \gamma$.

Questions ouvertes

- ▶ Y a-t-il un paramètre naturel pour les graphes dirigés qui soit une borne supérieure de γ^∞ comme le nombre de cliques dans une couverture minimale l'est pour les graphes ?
- ▶ Caractériser les graphes pour lesquels $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty = \gamma$.
- ▶ Etudier la complexité de décider si $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) \leq k$ dans le cas général et si k est fixé.

Questions ouvertes

- ▶ Y a-t-il un paramètre naturel pour les graphes dirigés qui soit une borne supérieure de γ^∞ comme le nombre de cliques dans une couverture minimale l'est pour les graphes ?
- ▶ Caractériser les graphes pour lesquels $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty = \gamma$.
- ▶ Etudier la complexité de décider si $\overrightarrow{\gamma}_m^\infty(G) \leq k$ dans le cas général et si k est fixé.

