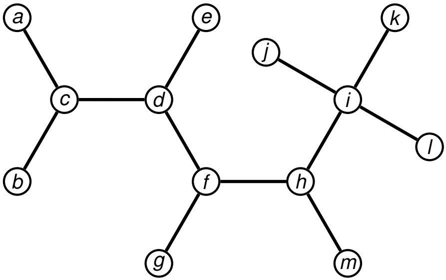
Trouver un convexe de poids maximum dans un graphe cordal

Journées Graphes et Algorithmes

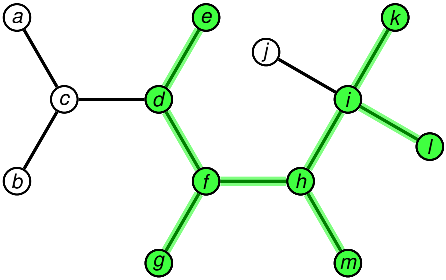
Jean Cardinal, Jean-Paul Doignon, K.M.

Université libre de Bruxelles

Novembre 2018

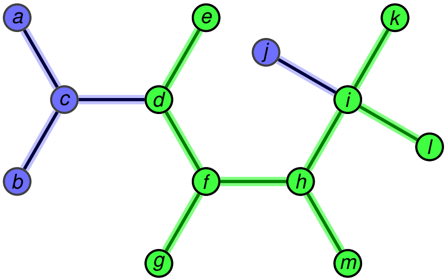

a
b
c
d
e
f
g
h
i
j
k
l
m

Introduction: ensembles convexes et faisables pour un arbre



Ensemble convexe   Sommets d'un sous-arbre.

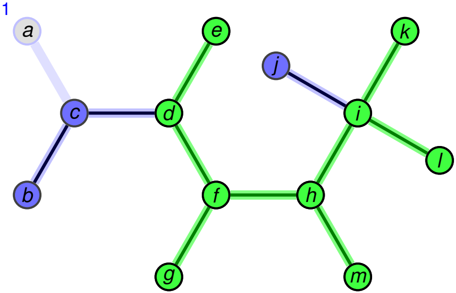
Introduction: ensembles convexes et faisables pour un arbre



Ensemble convexe Sommets d'un sous-arbre.

Ensemble faisable Processus d'élimination sur les feuilles.

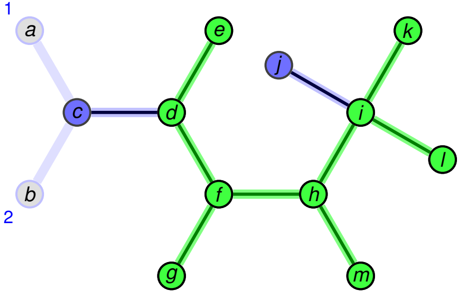
Introduction: ensembles convexes et faisables pour un arbre



Ensemble convexe Sommets d'un sous-arbre.

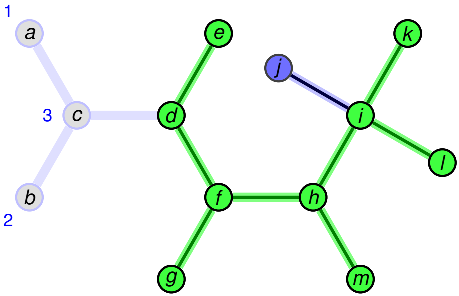
Ensemble faisable Processus d'élimination sur les feuilles.

Introduction: ensembles convexes et faisables pour un arbre



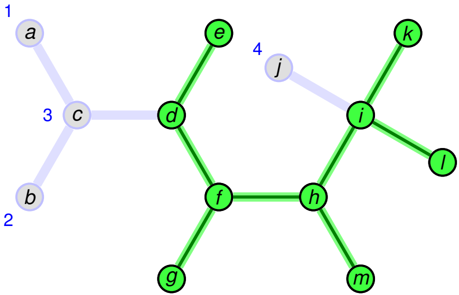
Ensemble convexe   Sommets d'un sous-arbre.

Ensemble faisable   Processus d'élimination sur les feuilles.



Ensemble convexe Sommets d'un sous-arbre.

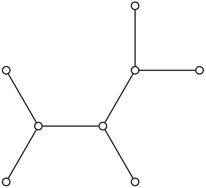
Ensemble faisable Processus d'élimination sur les feuilles.



Ensemble convexe Sommets d'un sous-arbre.

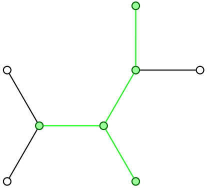
Ensemble faisable Processus d'élimination sur les feuilles.

Les arbres



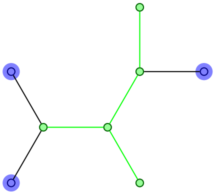
Les arbres

- sous-arbres



Les arbres

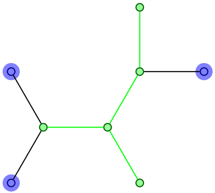
- sous-arbres
- élimination des feuilles



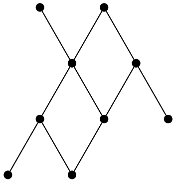
Structure combinatoire

Les arbres

- sous-arbres
- élimination des feuilles



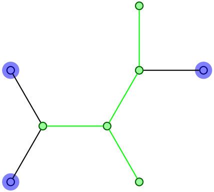
Les posets



Structure combinatoire

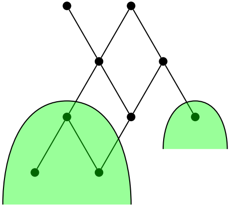
Les arbres

- sous-arbres
- élimination des feuilles



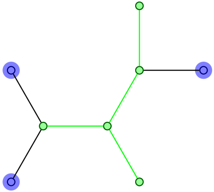
Les posets

- idéaux



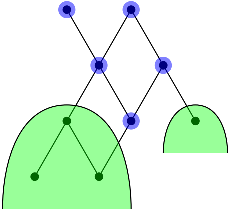
Les arbres

- sous-arbres
- élimination des feuilles



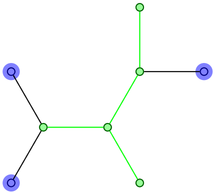
Les posets

- idéaux
- élimination des éléments max.



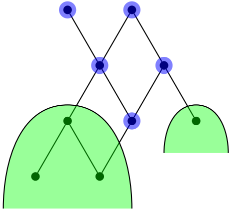
Les arbres

- sous-arbres
- élimination des feuilles

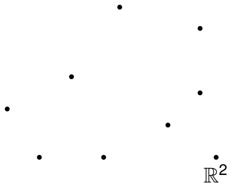


Les posets

- idéaux
- élimination des éléments max.

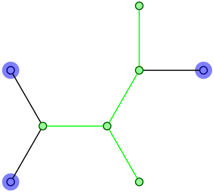


Points dans $\mathbb{R}^d$



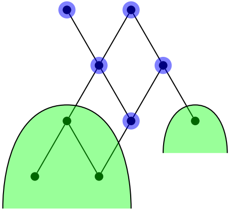
Les arbres

- sous-arbres
- élimination des feuilles



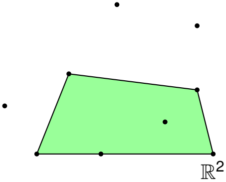
Les posets

- idéaux
- élimination des éléments max.



Points dans $\mathbb{R}^d$

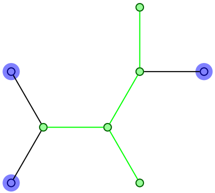
- enveloppe convexe



Structure combinatoire

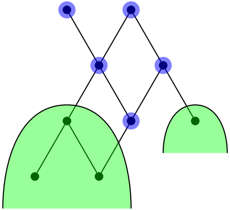
Les arbres

- sous-arbres
- élimination des feuilles



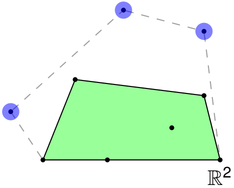
Les posets

- idéaux
- élimination des éléments max.



Points dans $\mathbb{R}^d$

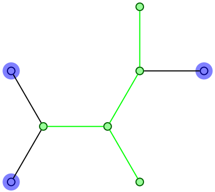
- enveloppe convexe
- élimination des points extrêmes



Structure combinatoire

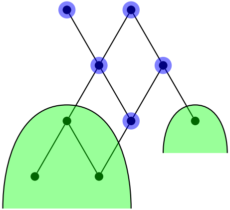
Les arbres

- sous-arbres
- élimination des feuilles



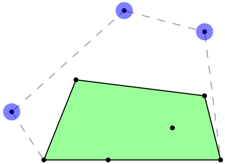
Les posets

- idéaux
- élimination des éléments max.



Points dans $\mathbb{R}^d$

- enveloppe convexe
- élimination des points extrêmes



Géométries convexes

Géométries convexes: définition formelle

Soient

- V un ensemble fini,
- $\mathcal{C} \subseteq 2^V$ avec $\varnothing \in \mathcal{C}$.

Géométries convexes: définition formelle

Soient

- V un ensemble fini,
- $\mathcal{C} \subseteq 2^V$ avec $\varnothing \in \mathcal{C}$.

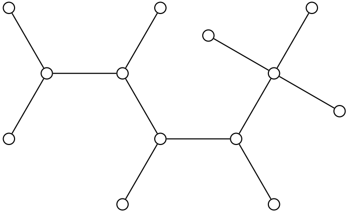
Definition

Le couple $(V, \mathcal{C})$ est une géométrie convexe s'il satisfait les deux conditions suivantes:

(AM1) $\mathcal{C}$ stable par intersection.

(AM2) Pour tout convexe C (différent de V) il existe un élément f extérieur à C tel que $C \cup \{f\}$ est convexe.

Les ensembles dans $\mathcal{C}$ sont les convexes.



Géométries convexes: définition formelle

Soient

- V un ensemble fini,
- $\mathcal{C} \subseteq 2^V$ avec $\varnothing \in \mathcal{C}$.

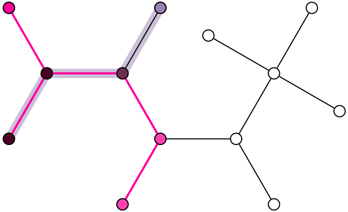
Definition

Le couple $(V, \mathcal{C})$ est une géométrie convexe s'il satisfait les deux conditions suivantes:

(AM1) $\mathcal{C}$ stable par intersection.

(AM2) Pour tout convexe C (différent de V) il existe un élément f extérieur à C tel que $C \cup \{f\}$ est convexe.

Les ensembles dans $\mathcal{C}$ sont les convexes.



Soient

- V un ensemble fini,
- $\mathcal{C} \subseteq 2^V$ avec $\varnothing \in \mathcal{C}$.

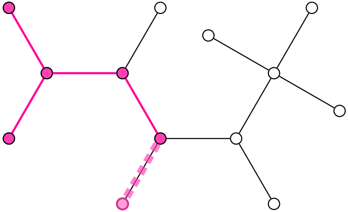
Definition

Le couple $(V, \mathcal{C})$ est une géométrie convexe s'il satisfait les deux conditions suivantes:

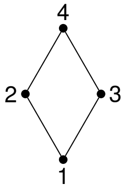
(AM1) $\mathcal{C}$ stable par intersection.

(AM2) Pour tout convexe C (différent de V) il existe un élément f extérieur à C tel que $C \cup \{f\}$ est convexe.

Les ensembles dans $\mathcal{C}$ sont les convexes.

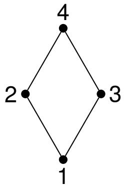


Soit l'ensemble partiellement ordonné $P = (V, \leqslant)$ avec la diagramme de Hasse suivant:



- Nous obtenons une géométrie convexe $(V, \mathcal{C})$, avec $\mathcal{C}$ l'ensemble des idéaux de P.

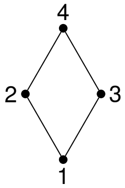
Soit l'ensemble partiellement ordonné $P = (V, \leqslant)$ avec la diagramme de Hasse suivant:



- Nous obtenons une géométrie convexe $(V, \mathcal{C})$, avec $\mathcal{C}$ l'ensemble des idéaux de P.

$$\mathcal{C} = \{ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \}$$

Soit l'ensemble partiellement ordonné $P = (V, \leqslant)$ avec la diagramme de Hasse suivant:



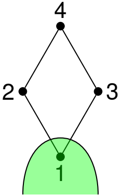
$\varnothing$

- Nous obtenons une géométrie convexe $(V, \mathcal{C})$, avec $\mathcal{C}$ l'ensemble des idéaux de P.

$$\mathcal{C} = \{\varnothing, \qquad \}$$

Géométries convexes, posets et idéaux

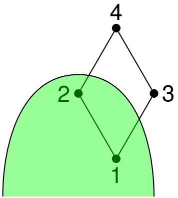
Soit l'ensemble partiellement ordonné $P = (V, \leqslant)$ avec la diagramme de Hasse suivant:

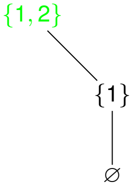


- Nous obtenons une géométrie convexe $(V, \mathcal{C})$, avec $\mathcal{C}$ l'ensemble des idéaux de P.

$$\mathcal{C} = \{\varnothing, \{1\}, \qquad \}$$

Soit l'ensemble partiellement ordonné $P = (V, \leqslant)$ avec la diagramme de Hasse suivant:



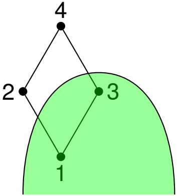


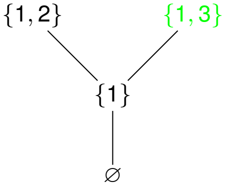
- Nous obtenons une géométrie convexe $(V, \mathcal{C})$, avec $\mathcal{C}$ l'ensemble des idéaux de P.

$$\mathcal{C} = \{\varnothing, \{1\}, \{1, 2\}, \qquad \}$$

Géométries convexes, posets et idéaux

Soit l'ensemble partiellement ordonné $P = (V, \leqslant)$ avec la diagramme de Hasse suivant:

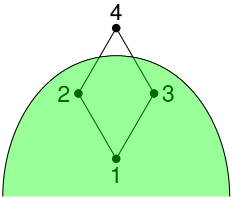


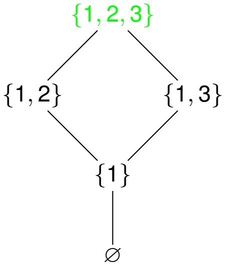


- Nous obtenons une géométrie convexe $(V, \mathcal{C})$, avec $\mathcal{C}$ l'ensemble des idéaux de P.

$$\mathcal{C} = \{\varnothing, \{1\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \qquad\qquad \}$$

Soit l'ensemble partiellement ordonné $P = (V, \leqslant)$ avec la diagramme de Hasse suivant:



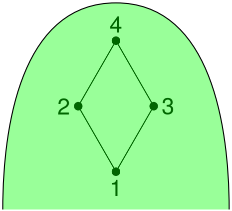


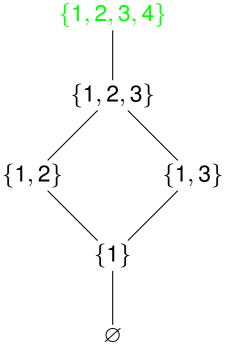
- Nous obtenons une géométrie convexe $(V, \mathcal{C})$, avec $\mathcal{C}$ l'ensemble des idéaux de P.

$$\mathcal{C} = \{\varnothing, \{1\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \qquad \}$$

Géométries convexes, posets et idéaux

Soit l'ensemble partiellement ordonné $P = (V, \leqslant)$ avec la diagramme de Hasse suivant:





- Nous obtenons une géométrie convexe $(V, \mathcal{C})$, avec $\mathcal{C}$ l'ensemble des idéaux de P.

$$\mathcal{C} = \{\varnothing, \{1\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,2,3\}, \{1,2,3,4\}\}$$

Ceci donne lieu au problème naturel suivant.

Problème

Étant donné une géométrie convexe $(V, \mathcal{C})$ et une fonction de poids $w : V \to \mathbb{R}$, trouver un convexe C qui maximise la valeur de

$$w(C) = \sum_{c \in C} w(c).$$

Ceci donne lieu au problème naturel suivant.

Problème

Étant donné une géométrie convexe $(V, \mathcal{C})$ et une fonction de poids $w : V \to \mathbb{R}$, trouver un convexe C qui maximise la valeur de

$$w(C) = \sum_{c \in C} w(c).$$

Le problème est NP-difficile en général, mais certains cas particuliers peuvent être résolus en temps polynomial.

Ceci donne lieu au problème naturel suivant.

Problème

Étant donné une géométrie convexe $(V, \mathcal{C})$ et une fonction de poids $w : V \to \mathbb{R}$, trouver un convexe C qui maximise la valeur de

$$w(C) = \sum_{c \in C} w(c).$$

Le problème est NP-difficile en général, mais certains cas particuliers peuvent être résolus en temps polynomial.

Picard, 1975

Soient $P = (V, \leqslant)$ un ensemble partiellement ordonné et une fonction de poids $w : V \to \mathbb{R}$, trouver un idéal de poids maximum peut être fait en temps polynomial.

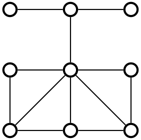
Les ensembles convexes dans les graphes

Definition

Soit $G = (V, E)$ un graphe, un ensemble $C \subseteq V$ est convexe si C contient l'ensemble des sommets de chaque chemin sans corde entre deux sommets de C.

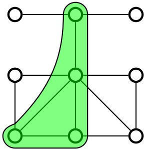
Definition

Soit $G = (V, E)$ un graphe, un ensemble $C \subseteq V$ est convexe si C contient l'ensemble des sommets de chaque chemin sans corde entre deux sommets de C.



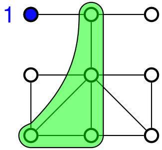
Definition

Soit $G = (V, E)$ un graphe, un ensemble $C \subseteq V$ est convexe si C contient l'ensemble des sommets de chaque chemin sans corde entre deux sommets de C.



Definition

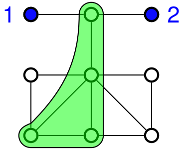
Soit $G = (V, E)$ un graphe, un ensemble $C \subseteq V$ est convexe si C contient l'ensemble des sommets de chaque chemin sans corde entre deux sommets de C.



Notons que les ensembles faisables (compléments des convexes) sont obtenus grâce à une élimination successive des sommets simpliciaux.

Definition

Soit $G = (V, E)$ un graphe, un ensemble $C \subseteq V$ est convexe si C contient l'ensemble des sommets de chaque chemin sans corde entre deux sommets de C.

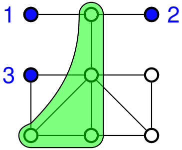


Notons que les ensembles faisables (compléments des convexes) sont obtenus grâce à une élimination successive des sommets simpliciaux.

Les ensembles convexes dans les graphes

Definition

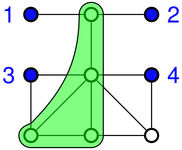
Soit $G = (V, E)$ un graphe, un ensemble $C \subseteq V$ est convexe si C contient l'ensemble des sommets de chaque chemin sans corde entre deux sommets de C.



Notons que les ensembles faisables (compléments des convexes) sont obtenus grâce à une élimination successive des sommets simpliciaux.

Definition

Soit $G = (V, E)$ un graphe, un ensemble $C \subseteq V$ est convexe si C contient l'ensemble des sommets de chaque chemin sans corde entre deux sommets de C.

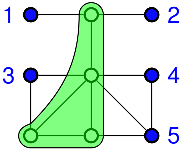


Notons que les ensembles faisables (compléments des convexes) sont obtenus grâce à une élimination successive des sommets simpliciaux.

Les ensembles convexes dans les graphes

Definition

Soit $G = (V, E)$ un graphe, un ensemble $C \subseteq V$ est convexe si C contient l'ensemble des sommets de chaque chemin sans corde entre deux sommets de C.

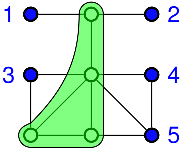


Notons que les ensembles faisables (compléments des convexes) sont obtenus grâce à une élimination successive des sommets simpliciaux.

Les ensembles convexes dans les graphes

Definition

Soit $G = (V, E)$ un graphe, un ensemble $C \subseteq V$ est convexe si C contient l'ensemble des sommets de chaque chemin sans corde entre deux sommets de C.

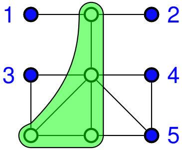


Notons que les ensembles faisables (compléments des convexes) sont obtenus grâce à une élimination successive des sommets simpliciaux.

- Un graphe G est cordal si chacun de ses cycles de quatre sommets ou plus possède une corde.

Definition

Soit $G = (V, E)$ un graphe, un ensemble $C \subseteq V$ est convexe si C contient l'ensemble des sommets de chaque chemin sans corde entre deux sommets de C.



Notons que les ensembles faisables (compléments des convexes) sont obtenus grâce à une élimination successive des sommets simpliciaux.

- Un graphe G est cordal si chacun de ses cycles de quatre sommets ou plus possède une corde.

Jamison, 1982

Soient $G = (V, E)$ un graphe et $\mathcal{C}$ l'ensemble des convexes de ce graphe.

$$(V, \mathcal{C}) \text{ est une géométrie convexe} \Leftrightarrow G \text{ est cordal.}$$

Quid d'un résultat d'optimisation pour les graphes cordaux.

Problème

Étant donné un graphe cordal (V, E) et une fonction de poids $w : V \to \mathbb{R}$, trouver un convexe C qui maximise la valeur de

$$w(C) = \sum_{c \in C} w(c).$$

Quid d'un résultat d'optimisation pour les graphes cordaux.

Problème

Étant donné un graphe cordal (V, E) et une fonction de poids $w : V \to \mathbb{R}$, trouver un convexe C qui maximise la valeur de

$$w(C) = \sum_{c \in C} w(c).$$

- Facile si G est un arbre (Maffioli, 1991).
- Facile si G est un graphe scindable (Cardinal, Doignon et M., 2017).

Solution pour les arbres

Problème

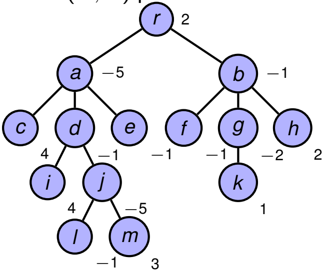
Soit un arbre $T = (V, E)$ enraciné en $r \in V$, ainsi qu'une fonction de poids $w : V \to \mathbb{R}$, trouver un sous-arbre de poids total positif $T' = (V', E')$ de T avec racine r qui maximise $w(V')$.

Solution pour les arbres

Problème

Soit un arbre $T = (V, E)$ enraciné en $r \in V$, ainsi qu'une fonction de poids $w : V \to \mathbb{R}$, trouver un sous-arbre de poids total positif $T' = (V', E')$ de T avec racine r qui maximise $w(V')$.

Arbre $T = (V, E)$ pondéré avec racine r

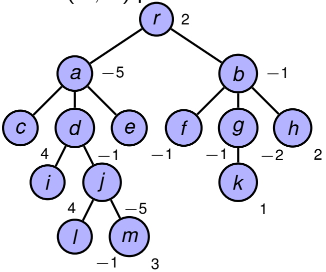


Solution pour les arbres

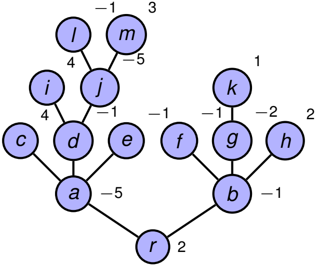
Problème

Soit un arbre $T = (V, E)$ enraciné en $r \in V$, ainsi qu'une fonction de poids $w : V \to \mathbb{R}$, trouver un sous-arbre de poids total positif $T' = (V', E')$ de T avec racine r qui maximise $w(V')$.

Arbre $T = (V, E)$ pondéré avec racine r



Poset $P_r = (V, \leqslant_r)$

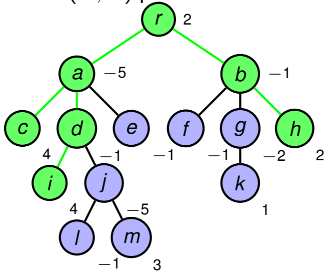


Solution pour les arbres

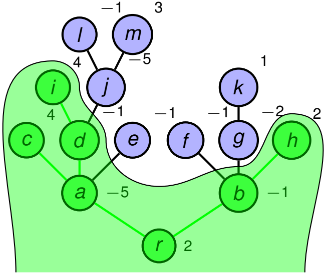
Problème

Soit un arbre $T = (V, E)$ enraciné en $r \in V$, ainsi qu'une fonction de poids $w : V \to \mathbb{R}$, trouver un sous-arbre de poids total positif $T' = (V', E')$ de T avec racine r qui maximise $w(V')$.

Arbre $T = (V, E)$ pondéré avec racine r



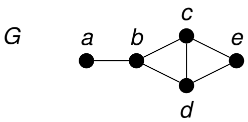
Poset $P_r = (V, \leqslant_r)$



Sous-arbres de T contenant r (plus $\varnothing$) $\Leftrightarrow$ Idéaux de P

L'ordre partiel $P_R = (V, \leqslant_R)$

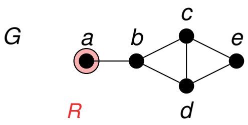
Tentons de généraliser l'algorithme des arbres pour un graphe cordal $G = (V, E)$.



L'ordre partiel $P_R = (V, \leqslant_R)$

Tentons de généraliser l'algorithme des arbres pour un graphe cordal $G = (V, E)$.

- Sélectionnons un ensemble de sommets R comme "racine" ($\subseteq$ une clique).

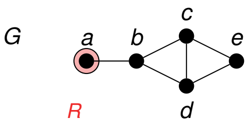


L'ordre partiel $P_R = (V, \leqslant_R)$

Tentons de généraliser l'algorithme des arbres pour un graphe cordal $G = (V, E)$.

- Sélectionnons un ensemble de sommets R comme "racine" ($\subseteq$ une clique).
- Définissons une relation d'ordre partiel $\leqslant_R$ sur les sommets dans V.

$u \leqslant_R v \Leftrightarrow$ il existe un chemin sans corde $(v, \ldots, r)$ avec r dans R qui contient u.

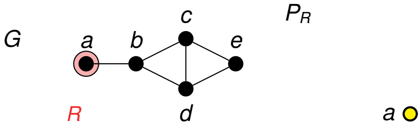


L'ordre partiel $P_R = (V, \leqslant_R)$

Tentons de généraliser l'algorithme des arbres pour un graphe cordal $G = (V, E)$.

- Sélectionnons un ensemble de sommets R comme "racine" ($\subseteq$ une clique).
- Définissons une relation d'ordre partiel $\leqslant_R$ sur les sommets dans V.

$u \leqslant_R v \Leftrightarrow$ il existe un chemin sans corde $(v, \ldots, r)$ avec r dans R qui contient u.

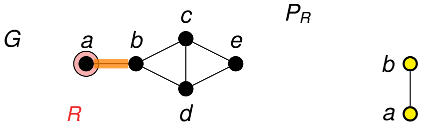


L'ordre partiel $P_R = (V, \leqslant_R)$

Tentons de généraliser l'algorithme des arbres pour un graphe cordal $G = (V, E)$.

- Sélectionnons un ensemble de sommets R comme "racine" ($\subseteq$ une clique).
- Définissons une relation d'ordre partiel $\leqslant_R$ sur les sommets dans V.

$u \leqslant_R v \Leftrightarrow$ il existe un chemin sans corde $(v, \ldots, r)$ avec r dans R qui contient u.

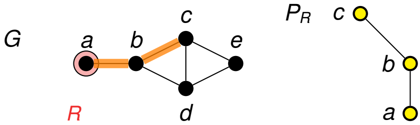


L'ordre partiel $P_R = (V, \leqslant_R)$

Tentons de généraliser l'algorithme des arbres pour un graphe cordal $G = (V, E)$.

- Sélectionnons un ensemble de sommets R comme "racine" ($\subseteq$ une clique).
- Définissons une relation d'ordre partiel $\leqslant_R$ sur les sommets dans V.

$u \leqslant_R v \Leftrightarrow$ il existe un chemin sans corde $(v, \ldots, r)$ avec r dans R qui contient u.

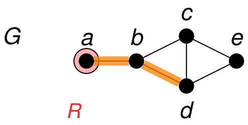


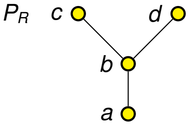
L'ordre partiel $P_R = (V, \leqslant_R)$

Tentons de généraliser l'algorithme des arbres pour un graphe cordal $G = (V, E)$.

- Sélectionnons un ensemble de sommets R comme "racine" ($\subseteq$ une clique).
- Définissons une relation d'ordre partiel $\leqslant_R$ sur les sommets dans V.

$u \leqslant_R v \Leftrightarrow$ il existe un chemin sans corde $(v, \ldots, r)$ avec r dans R qui contient u.



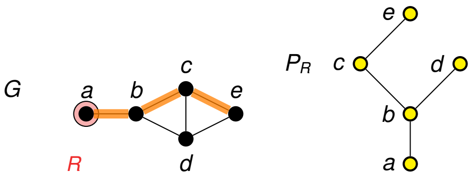


L'ordre partiel $P_R = (V, \leqslant_R)$

Tentons de généraliser l'algorithme des arbres pour un graphe cordal $G = (V, E)$.

- Sélectionnons un ensemble de sommets R comme "racine" ($\subseteq$ une clique).
- Définissons une relation d'ordre partiel $\leqslant_R$ sur les sommets dans V.

$u \leqslant_R v \Leftrightarrow$ il existe un chemin sans corde $(v, \ldots, r)$ avec r dans R qui contient u.

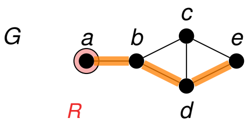


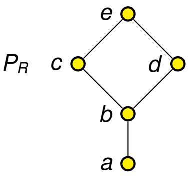
L'ordre partiel $P_R = (V, \leqslant_R)$

Tentons de généraliser l'algorithme des arbres pour un graphe cordal $G = (V, E)$.

- Sélectionnons un ensemble de sommets R comme "racine" ($\subseteq$ une clique).
- Définissons une relation d'ordre partiel $\leqslant_R$ sur les sommets dans V.

$u \leqslant_R v \Leftrightarrow$ il existe un chemin sans corde $(v, \ldots, r)$ avec r dans R qui contient u.



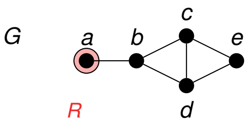


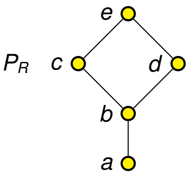
L'ordre partiel $P_R = (V, \leqslant_R)$

Tentons de généraliser l'algorithme des arbres pour un graphe cordal $G = (V, E)$.

- Sélectionnons un ensemble de sommets R comme "racine" ($\subseteq$ une clique).
- Définissons une relation d'ordre partiel $\leqslant_R$ sur les sommets dans V.

$u \leqslant_R v \Leftrightarrow$ il existe un chemin sans corde $(v, \ldots, r)$ avec r dans R qui contient u.



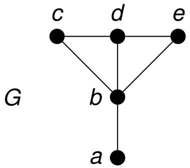


Nous pouvons vérifier que sur cet exemple nous avons:

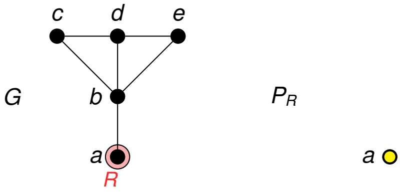
- Ensembles convexes de G contenant R (plus $\varnothing$) $\Leftrightarrow$ Idéaux de P_R.

Mais cela ne suffit pas

Malheureusement il existe des graphes cordaux qui ne possèdent pas cette correspondance.

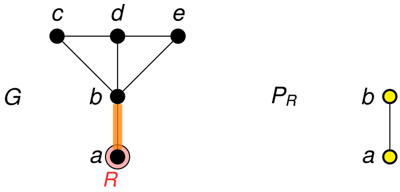


Malheureusement il existe des graphes cordaux qui ne possèdent pas cette correspondance.

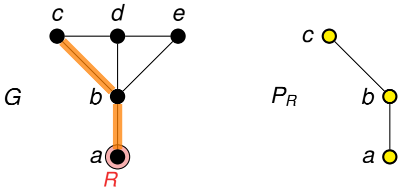


Mais cela ne suffit pas

Malheureusement il existe des graphes cordaux qui ne possèdent pas cette correspondance.

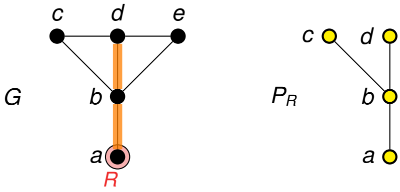


Malheureusement il existe des graphes cordaux qui ne possèdent pas cette correspondance.

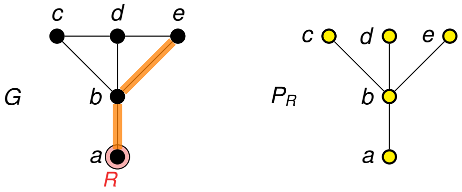


Mais cela ne suffit pas

Malheureusement il existe des graphes cordaux qui ne possèdent pas cette correspondance.

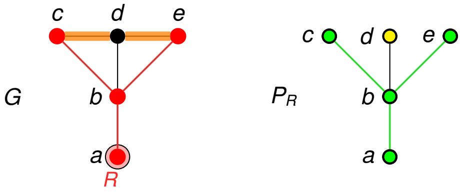


Malheureusement il existe des graphes cordaux qui ne possèdent pas cette correspondance.



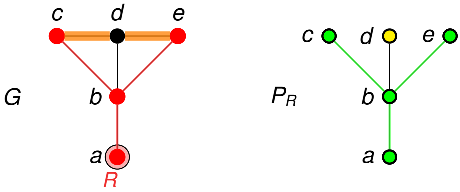
Mais cela ne suffit pas

Malheureusement il existe des graphes cordaux qui ne possèdent pas cette correspondance.



Mais cela ne suffit pas

Malheureusement il existe des graphes cordaux qui ne possèdent pas cette correspondance.

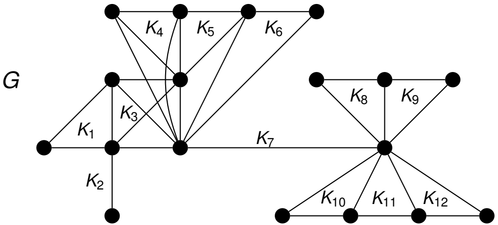


Nous pouvons vérifier que:

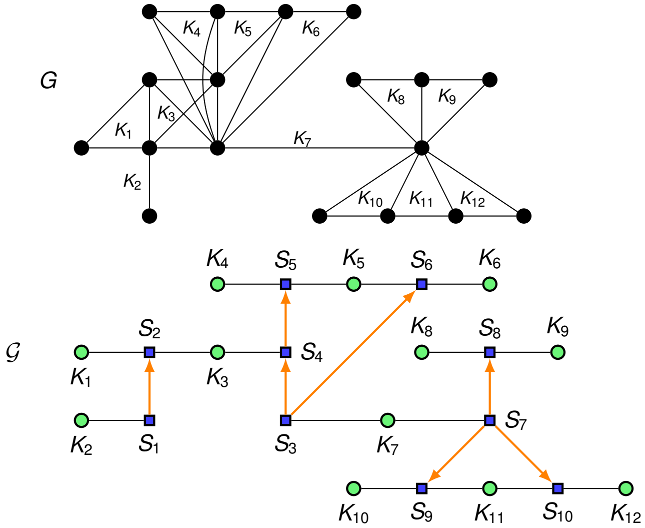
- Ensemble convexe de G contenant $R \Rightarrow$ Idéal de P_R.
- Ensemble convexe de G contenant $R \not\Leftarrow$ Idéal de P_R.

Essayons d'expliquer ce phénomène.

Le graphe clique-séparateur pour les graphes cordaux (Ibarra, 2007)



Le graphe clique-séparateur pour les graphes cordaux (Ibarra, 2007)



Un premier résultat

Soient un graphe $G = (V, E)$ cordal (supposons G connexe) avec $\mathcal{G}$ son graphe clique-séparateur, et $R \subset V$ une racine.

Un premier résultat

Soient un graphe $G = (V, E)$ cordal (supposons G connexe) avec $\mathcal{G}$ son graphe clique-séparateur, et $R \subset V$ une racine.

Cardinal, Doignon et M.

Si dans $\mathcal{G}$ on peut se déplacer d'un sommet intersectant R à n'importe quel autre sans emprunter d'arc "dans le bon sens". Alors les idéaux de P_R correspondent exactement aux convexes de G contenant R (plus $\varnothing$).

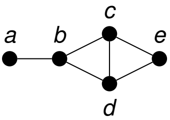
Un premier résultat

Soient un graphe $G = (V, E)$ cordal (supposons G connexe) avec $\mathcal{G}$ son graphe clique-séparateur, et $R \subset V$ une racine.

Cardinal, Doignon et M.

Si dans $\mathcal{G}$ on peut se déplacer d'un sommet intersectant R à n'importe quel autre sans emprunter d'arc "dans le bon sens". Alors les idéaux de P_R correspondent exactement aux convexes de G contenant R (plus $\varnothing$).

G_1



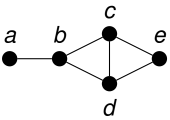
Un premier résultat

Soient un graphe $G = (V, E)$ cordal (supposons G connexe) avec $\mathcal{G}$ son graphe clique-séparateur, et $R \subset V$ une racine.

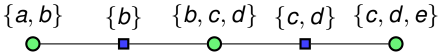
Cardinal, Doignon et M.

Si dans $\mathcal{G}$ on peut se déplacer d'un sommet intersectant R à n'importe quel autre sans emprunter d'arc "dans le bon sens". Alors les idéaux de P_R correspondent exactement aux convexes de G contenant R (plus $\varnothing$).

G_1



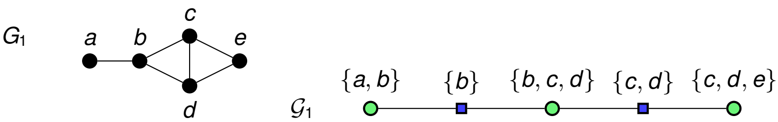
$\mathcal{G}_1$

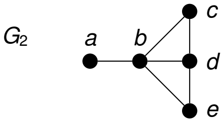


Soient un graphe $G = (V, E)$ cordal (supposons G connexe) avec $\mathcal{G}$ son graphe clique-séparateur, et $R \subset V$ une racine.

Cardinal, Doignon et M.

Si dans $\mathcal{G}$ on peut se déplacer d'un sommet intersectant R à n'importe quel autre sans emprunter d'arc "dans le bon sens". Alors les idéaux de P_R correspondent exactement aux convexes de G contenant R (plus $\varnothing$).



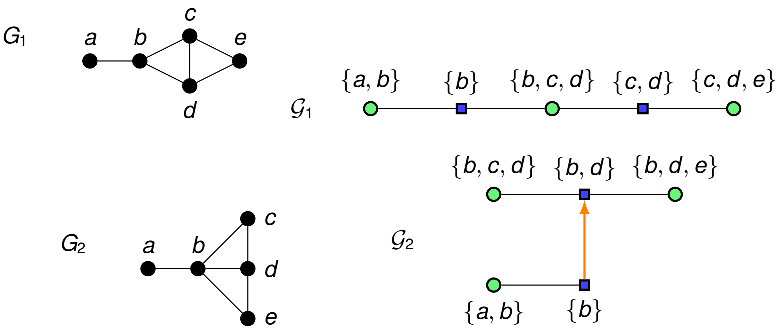


Un premier résultat

Soient un graphe $G = (V, E)$ cordal (supposons G connexe) avec $\mathcal{G}$ son graphe clique-séparateur, et $R \subset V$ une racine.

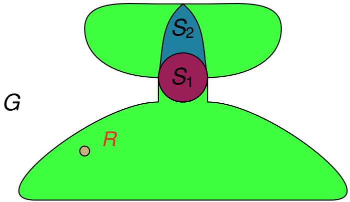
Cardinal, Doignon et M.

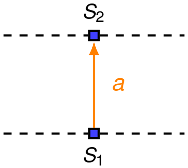
Si dans $\mathcal{G}$ on peut se déplacer d'un sommet intersectant R à n'importe quel autre sans emprunter d'arc "dans le bon sens". Alors les idéaux de P_R correspondent exactement aux convexes de G contenant R (plus $\varnothing$).



Voyons comment gérer les mauvais arcs du graphe clique-séparateur.

- Nous cherchons le convexe de G de poids maximum qui contient R.

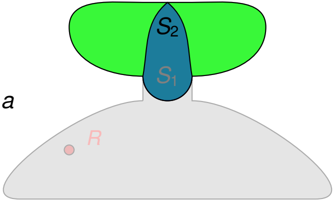


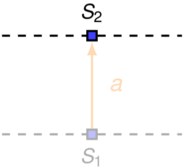


Voyons comment gérer les mauvais arcs du graphe clique-séparateur.

- Nous cherchons le convexe de G de poids maximum qui contient R.

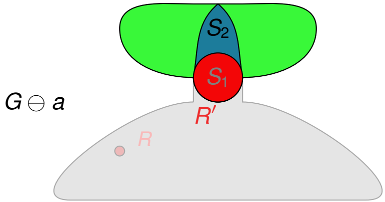
$G \ominus a$

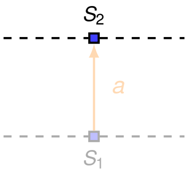




Voyons comment gérer les mauvais arcs du graphe clique-séparateur.

- Nous cherchons le convexe de G de poids maximum qui contient R.



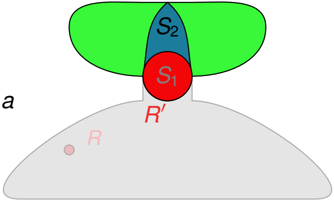


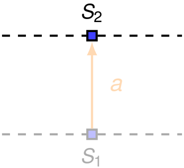
Comment s'en sortir ?

Voyons comment gérer les mauvais arcs du graphe clique-séparateur.

- Nous cherchons le convexe de G de poids maximum qui contient R.

$G \ominus a$



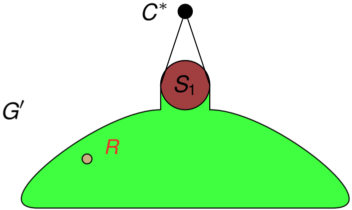


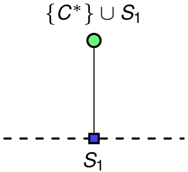
- Solution optimale dans le sous-problème: C (par le théorème précédent), fixons $C^* = C \setminus S_1$.

Comment s'en sortir ?

Voyons comment gérer les mauvais arcs du graphe clique-séparateur.

- Nous cherchons le convexe de G de poids maximum qui contient R.





Résultat principal

Cardinal, Doignon et M.

Étant donné un graphe cordal G, il est possible de trouver un convexe de poids maximum en temps

$$O\left(|V|^2|E|^2 \log\left(\frac{|V|^2}{|E|}\right)\right).$$

Résultat principal

Cardinal, Doignon et M.

Étant donné un graphe cordal G, il est possible de trouver un convexe de poids maximum en temps

$$O\left(|V|^2|E|^2 \log\left(\frac{|V|^2}{|E|}\right)\right).$$

Ce résultat repose en partie sur:

- L'algorithme de Ibarra pour générer le graphe clique-séparateur.
- L'algorithme de Picard pour trouver un idéal de poids maximum dans un ensemble partiellement ordonné.

Informations supplémentaires

Quelques détails (sous le tapis) de cette présentation:

Informations supplémentaires

Quelques détails (sous le tapis) de cette présentation:

- Il faut effectuer la recherche pour chaque racine potentielle.

Informations supplémentaires

Quelques détails (sous le tapis) de cette présentation:

- Il faut effectuer la recherche pour chaque racine potentielle.
- Il faut prouver que P_R est un ensemble partiellement ordonné.

Informations supplémentaires

Quelques détails (sous le tapis) de cette présentation:

- Il faut effectuer la recherche pour chaque racine potentielle.
- Il faut prouver que P_R est un ensemble partiellement ordonné.
- Pour les preuves formelles, un sommet "bidon" de poids nul est ajouté à chaque clique maximal. Ceci afin de facilité l'écriture des démonstrations.

Informations supplémentaires

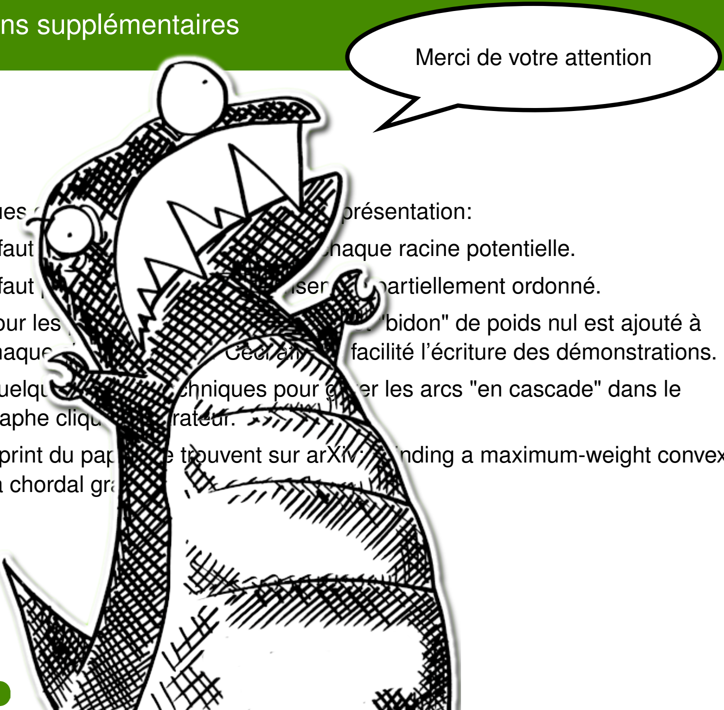
Quelques détails (sous le tapis) de cette présentation:

- Il faut effectuer la recherche pour chaque racine potentielle.
- Il faut prouver que P_R est un ensemble partiellement ordonné.
- Pour les preuves formelles, un sommet "bidon" de poids nul est ajouté à chaque clique maximal. Ceci afin de facilité l'écriture des démonstrations.
- Quelques étapes techniques pour gérer les arcs "en cascade" dans le graphe clique-séparateur.

Quelques détails (sous le tapis) de cette présentation:

- Il faut effectuer la recherche pour chaque racine potentielle.
- Il faut prouver que P_R est un ensemble partiellement ordonné.
- Pour les preuves formelles, un sommet "bidon" de poids nul est ajouté à chaque clique maximal. Ceci afin de facilité l'écriture des démonstrations.
- Quelques étapes techniques pour gérer les arcs "en cascade" dans le graphe clique-séparateur.

Un préprint du papier se trouvent sur arXiv: "Finding a maximum-weight convex set in a chordal graph".



Quelques … présentation:

- Il faut … chaque racine potentielle.
- Il faut … iser … partiellement ordonné.
- Pour les … "bidon" de poids nul est ajouté à chaque … Ceci a … facilité l'écriture des démonstrations.
- Quelqu… chniques pour g… er les arcs "en cascade" dans le graphe cliqu… rateur.

Un préprint du pap… e trouvent sur arXiv: … nding a maximum-weight convex set in a chordal gr…